

金属結晶のすべり

Slip in Metallic Crystals

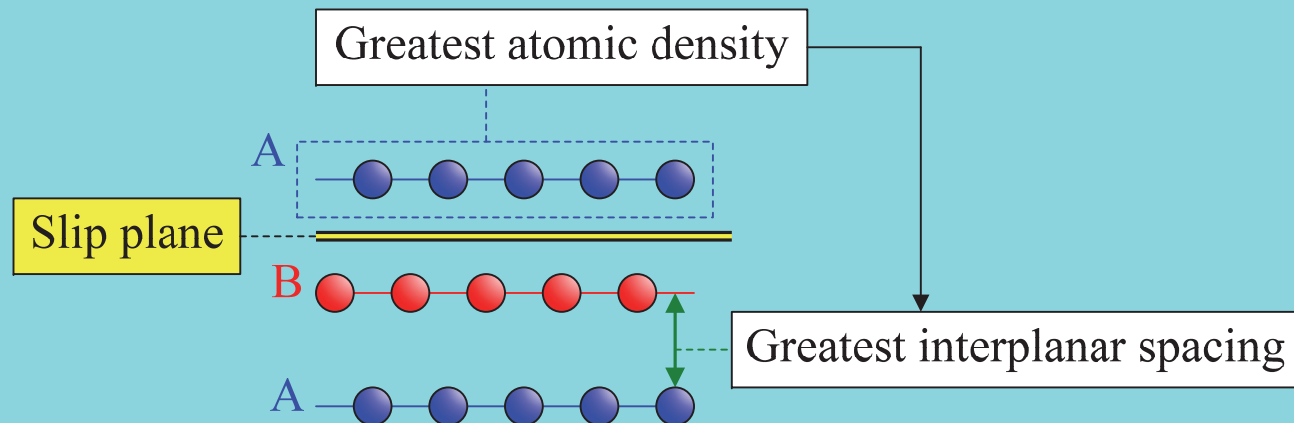
すべり系 (slip system) その1

すべり面とすべり方向の組合せ.

すべり面 (slip plane)

→ 最密面 (close-packed plane)

原子密度が大きな面ほど面間距離が大きく,
原子面の間でずれが生じやすい.

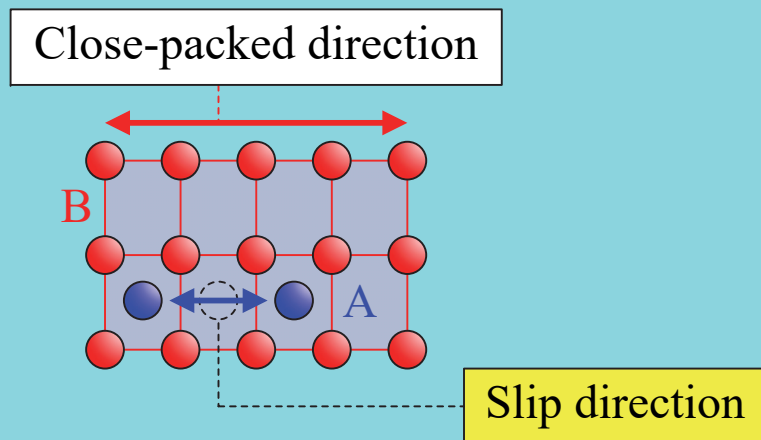


すべり系 (slip system) その2

すべり方向 (slip direction)

→ 最密方向 (close-packed direction)

原子間距離が小さい方向では、原子同士の結合が強く、互いに離れにくい。



結晶構造と代表的なすべり系

すべり系は結晶構造に依存

結晶構造	すべり面	すべり方向
面心立方格子 (fcc)	{111}	$\langle \bar{1}\bar{1}0 \rangle$
最密六方格子 (hcp)	{0001}	$\langle \bar{1}\bar{1}20 \rangle$
体心立方格子 (bcc)	{110}	$\langle \bar{1}\bar{1}1 \rangle$

すべり方向はすべり面内に存在する.

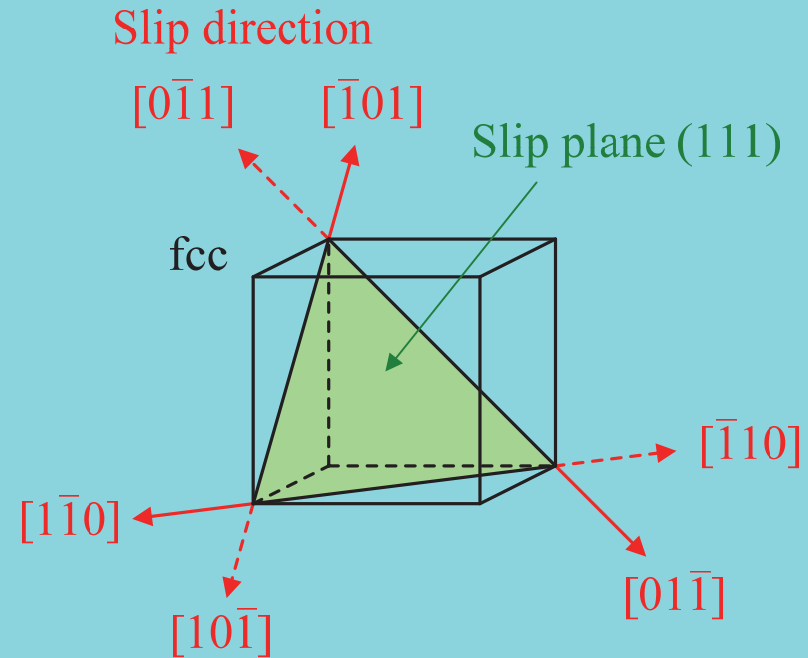
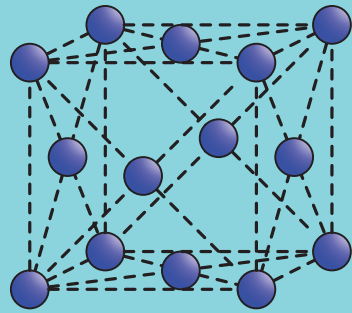
$$\text{fcc} \quad 1 \times 1 + 1 \times (-1) + 1 \times 0 = 0$$

$$\text{bcc} \quad 1 \times 1 + 1 \times (-1) + 0 \times 1 = 0$$

立方晶系における面($h k l$)
と方向 $[u v w]$ の平行条件

$$hu + kv + lw = 0$$

面心立方格子 (fcc) のすべり系



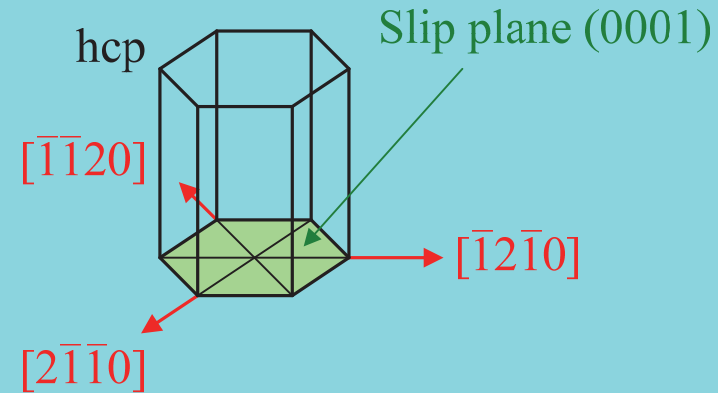
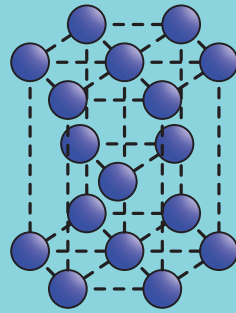
すべり面： $\{111\}$ 面（等価な面が合計4面存在）

すべり方向： $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ 方向（等価な方向が3方向*）

すべり系の数：4面 \times 3方向=12個

* 正負を区別しない場合
(区別する場合は $\times 2$)

最密六方格子 (hcp) のすべり系



すべり面： $\{0001\}$ 面（等価な面無し）

すべり方向： $\langle\bar{1}\bar{1}20\rangle$ 方向（等価な方向が3方向*）

すべり系の数：1面 \times 3方向=3個

* 正負を区別しない場合
（区別する場合は $\times 2$ ）

すべり系の数が少ないため、塑性変形しにくい。

集合組織硬化 (texture hardening)

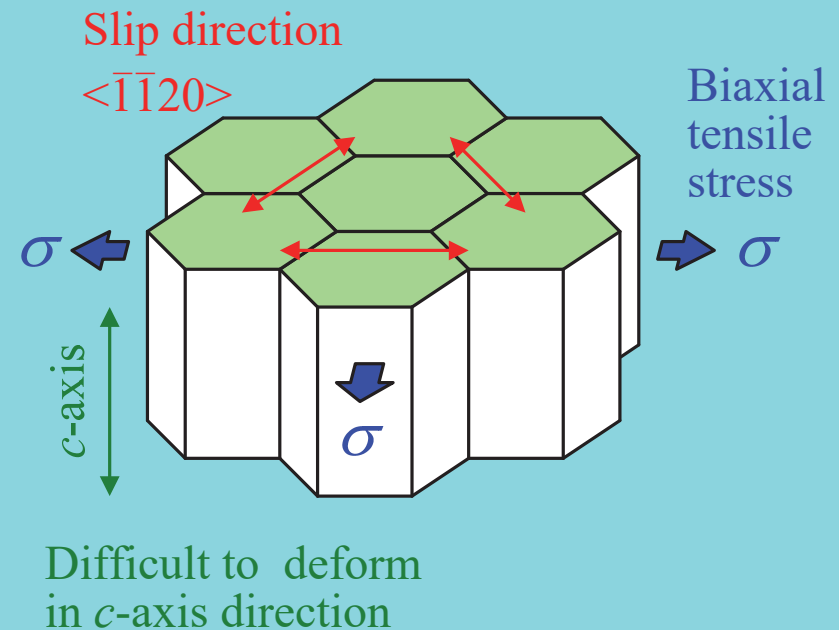
最密六方格子では、すべり方向が底面内の $\langle\bar{1}\bar{1}20\rangle$ 方向のみ.



c 軸に垂直な方向の引張 (あるいは圧縮) 変形が困難.



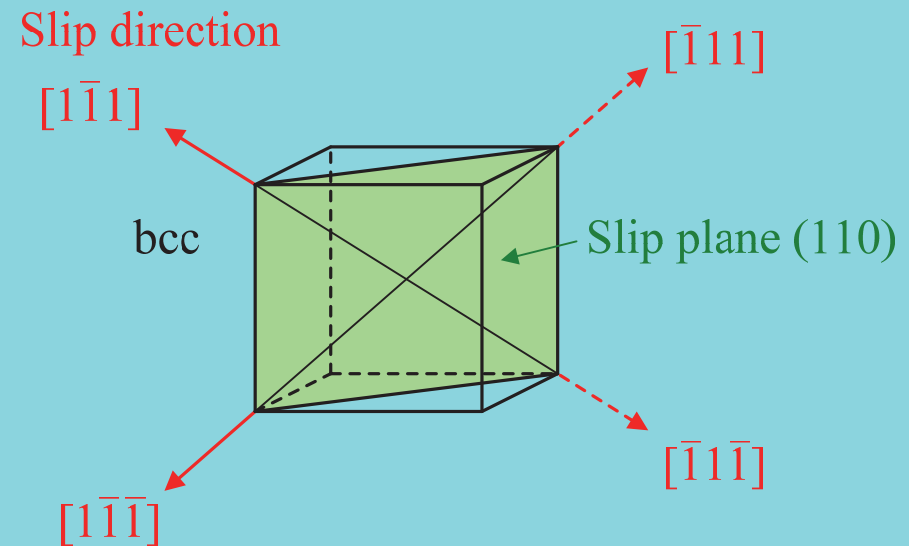
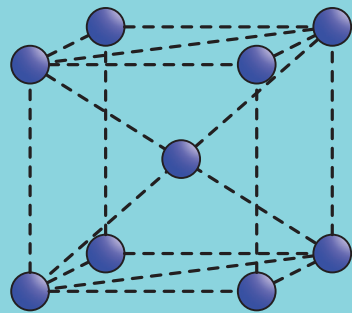
c 軸を板厚方向にそろえると、板厚を減少させるような2軸応力条件において強度が向上.



=

集合組織硬化

体心立方格子 (bcc) のすべり系



すべり面： $\{110\}$ 面（等価な面が合計6面存在）

すべり方向： $\langle 1\bar{1}1 \rangle$ 方向（等価な方向が2方向*）

すべり系の数：6面 \times 2方向=12個

* 正負を区別しない場合
(区別する場合は $\times 2$)

金属結晶の欠陥

Defects in Metallic Crystals

格子欠陥 (lattice defect)

結晶格子を構成する原子配列の幾何学的な乱れ.

点欠陥 (point defect)

結晶の格子点で原子が欠落していたり, 格子間に余分な原子が挟まっているような原子配列の乱れ.

線欠陥 (line defect)

点欠陥が 1 次元的に並んだ線状の欠陥.

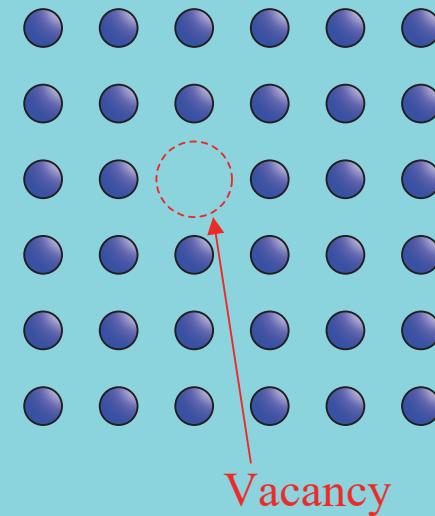
面欠陥 (plane defect)

面状の広がりを持った 2 次元的な格子欠陥.

点欠陥 (point defect)

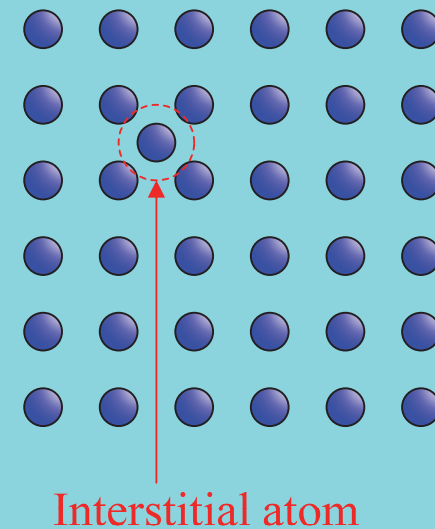
原子空孔 (vacancy)

格子点から原子が抜け落ちた状態.



格子間原子 (interstitial atom)

格子点の間に原子が入り込んだ状態.



線欠陥 (line defect)

転位 (dislocation)

すべり面上において、すでに滑った領域とまだすべっていない領域との境界線。この境界線を**転位線 (dislocation line)** と言い、そこにはひずみが集中する。

金属結晶内の転位

Dislocations in Metallic Crystals

転位の幾何学

バーガース回路 (Burgers circuit)

完全格子で閉回路となるように、ある格子点から出発して、転位を囲むように1回りしてできる回路。

バーガース・ベクトル (Burgers vector)

バーガース回路における開いた部分（転位による食い違い部分）を閉じるために必要なベクトル。一般に b で表す。

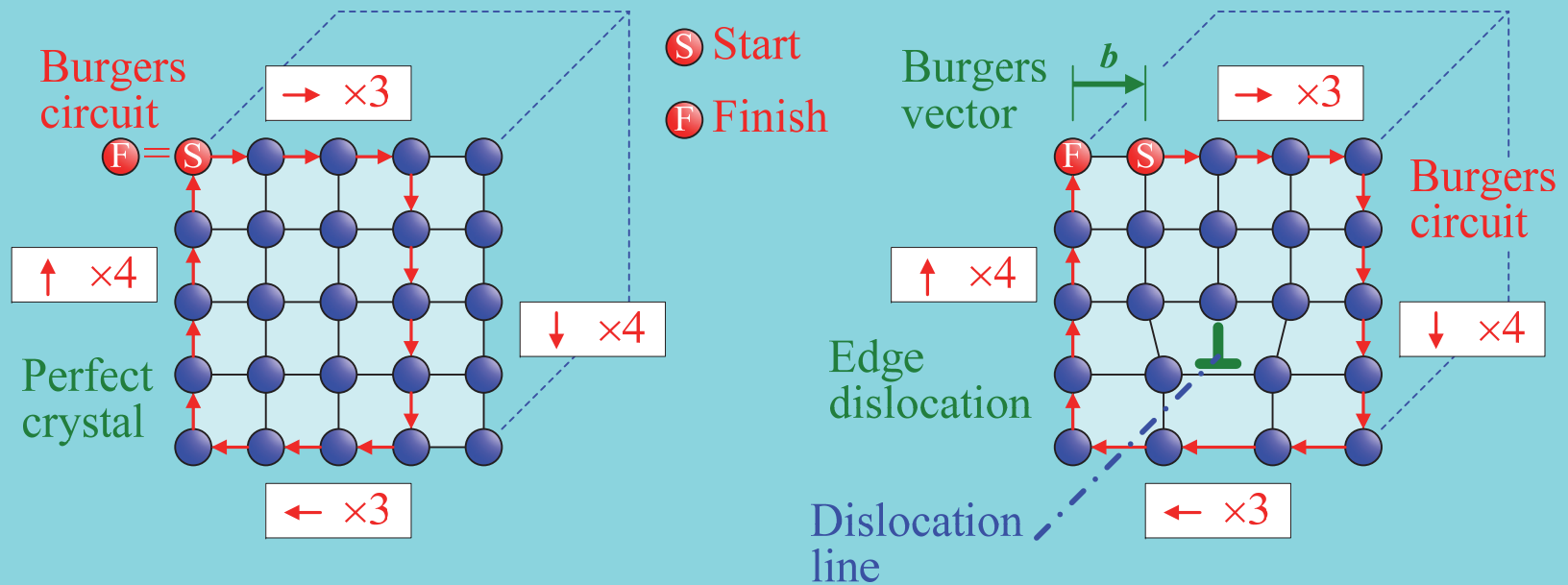
バーガース・ベクトル b は転位線の方向ベクトル t が定まらなないと決定できない。

刃状転位 (edge dislocation)

バーガース・ベクトル \perp

転位線

転位線がバーガース・ベクトルと直交する転位.



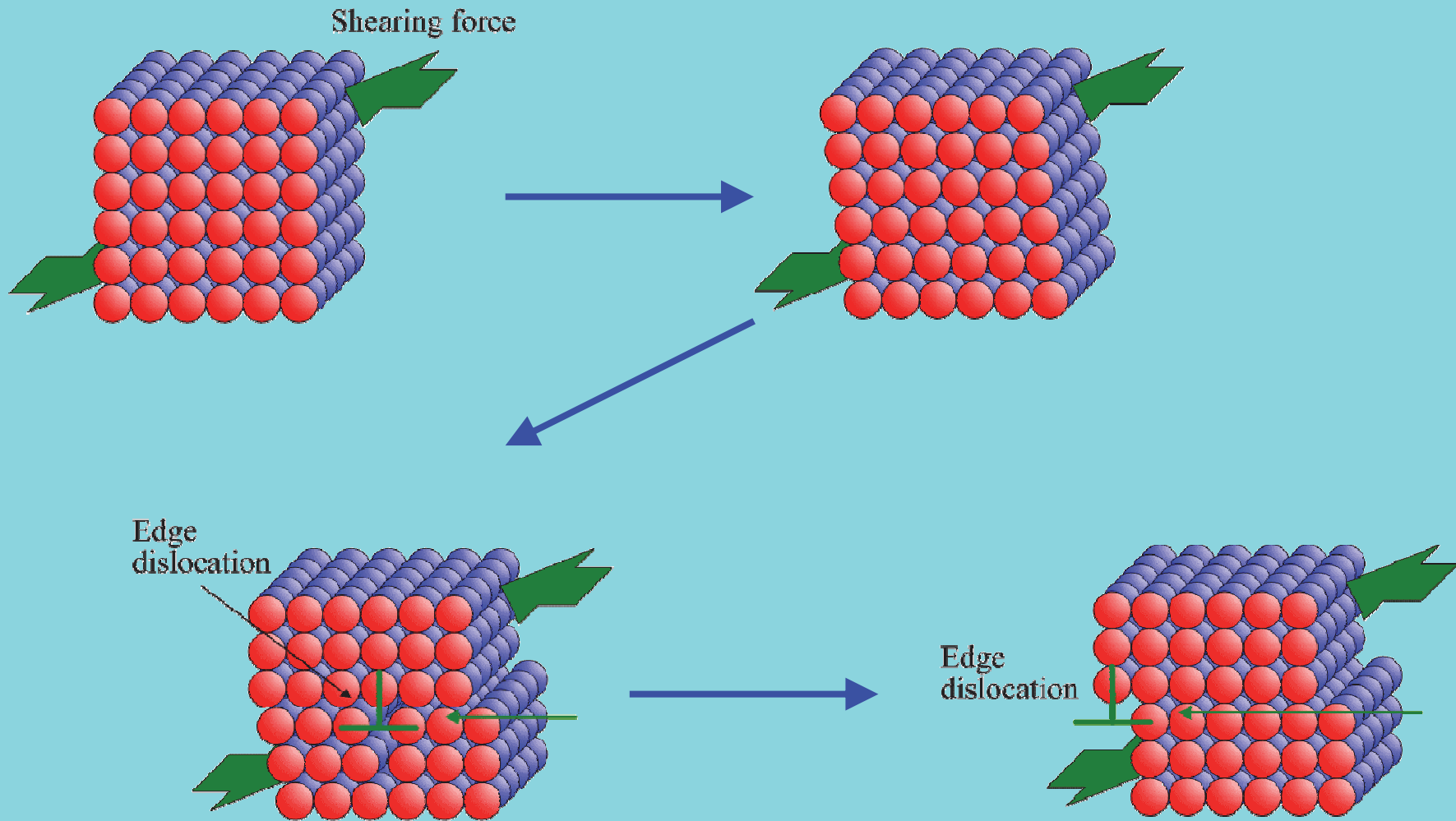
転位線の方角ベクトル t が奥行き方向の場合=バーガース回路が時計回り

すべり面

= バーガース・ベクトルと転位線を含む面

→ 刃状転位のすべり面は一つに限定され、変更できない.

せん断変形と転位の移動（刃状転位）

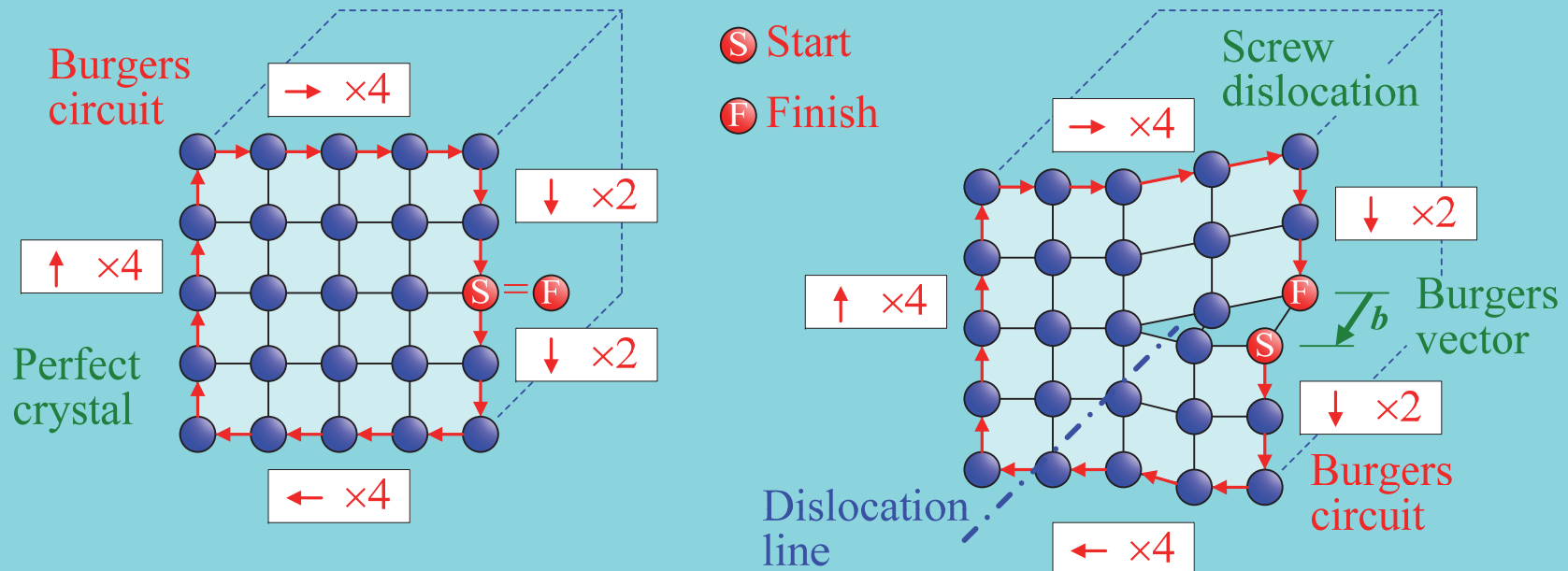


らせん転位 (screw dislocation)

バーガース・ベクトル

転位線がバーガース・ベクトルと平行な転位.

// 転位線



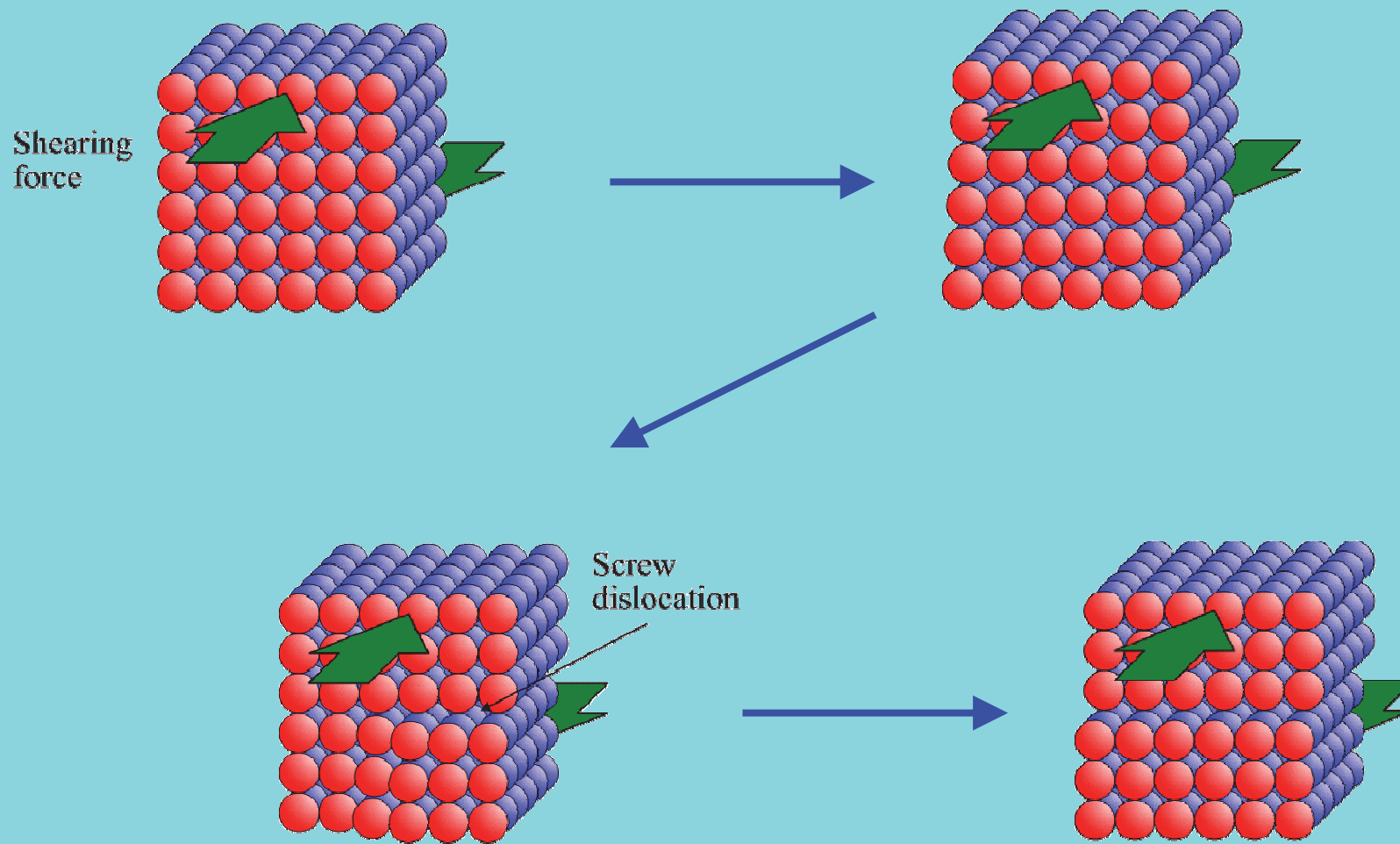
転位線の方角ベクトルが奥行き方向の場合=バーガース回路が時計回り

すべり面 = バーガース・ベクトルと転位線を含む面

→ らせん転位のすべり面は一つに限定されず、運動途中で様々な方向に変更が可能.

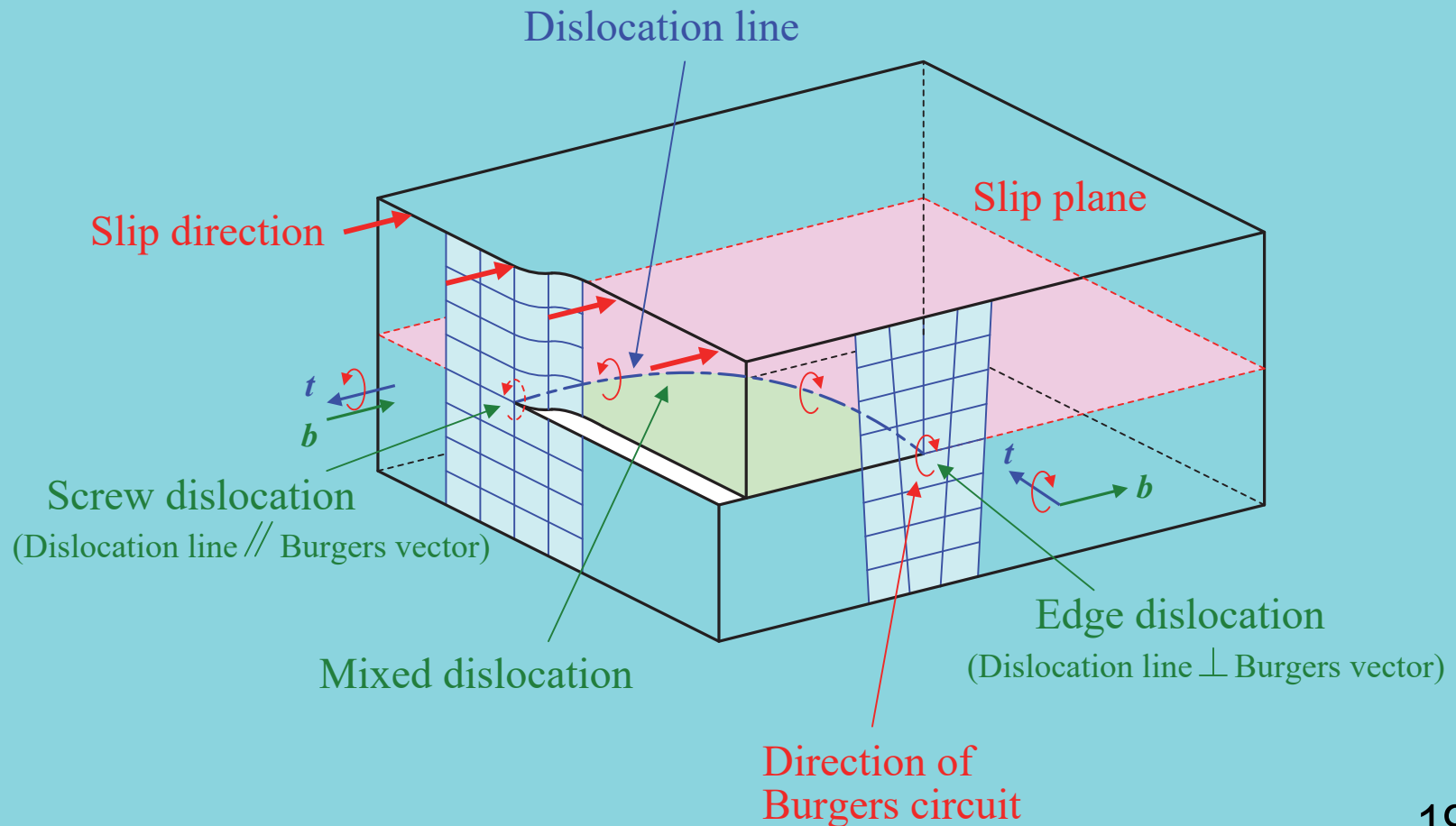
交差すべり (cross slip)

せん断変形と転位の移動（らせん転位）



混合転位 (mixed dislocation)

転位線とバーガス・ベクトルのなす角度の関係が、刃状転位とらせん転位の間である転位。



バーガース・ベクトルの保存 (conservation)

一般に、同じ転位線上でのバーガース・ベクトルは等しい。



1本の転位線は、結晶の中で終端を持つことは出来ない。

1本の転位線は、閉じたループになっているか、もしくは、両端が結晶の表面に出ているかのいずれかである。

転位ループ (dislocation loop)

すべり転位 (slip dislocation)

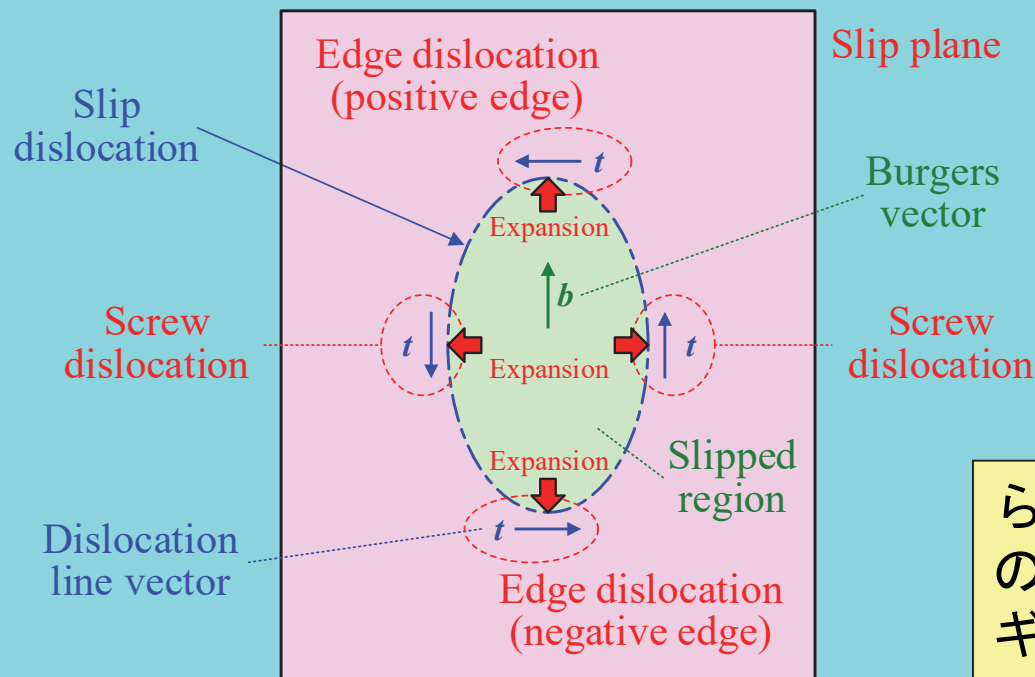
すべりが生じた領域と生じていない領域の境界を形成し、バーガース・ベクトル b が、転位ループの面 (=すべり面) 内にある転位.

プリズマティック転位 (prismatic dislocation)

バーガース・ベクトル b が転位ループの面と直交する転位.

すべり転位ループ (slip dislocation loop)

転位ループの拡大によりせん断変形が進行.

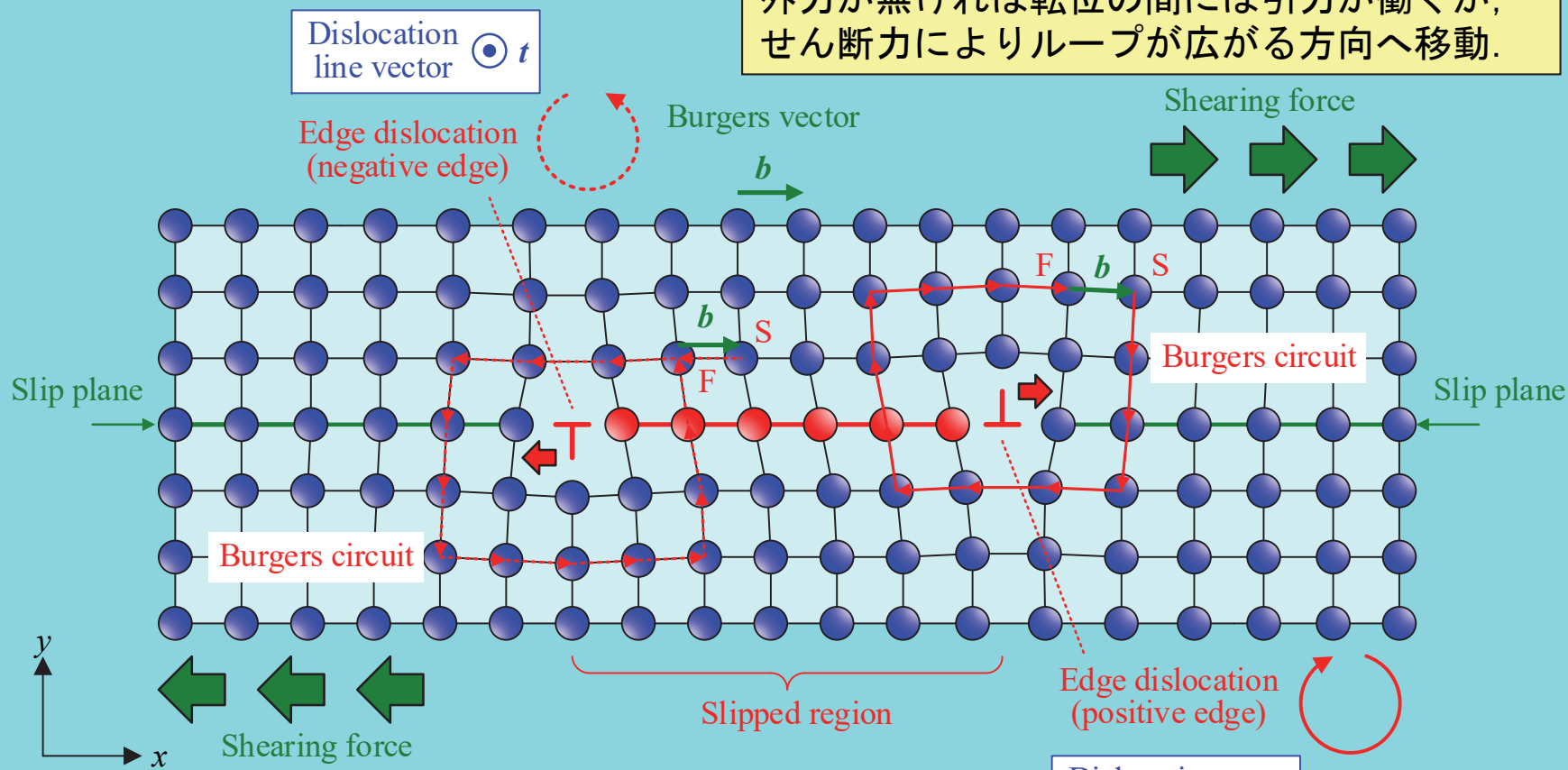


らせん転位よりも刃状転位の形成により大きなエネルギーが必要なため、転位ループはらせん転位部分が長い楕円状になる。

すべり転位ループとループの拡大

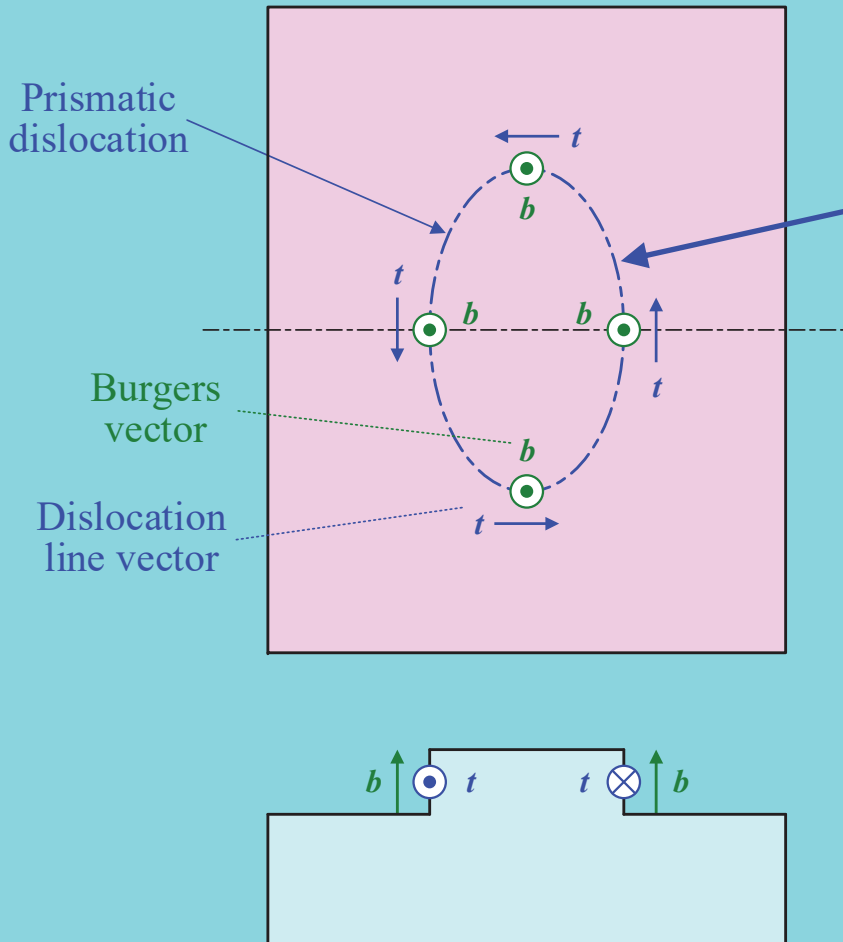
転位ループの拡大によりせん断変形が進行.

外力が無ければ転位の間には引力が働くが、せん断力によりループが広がる方向へ移動.

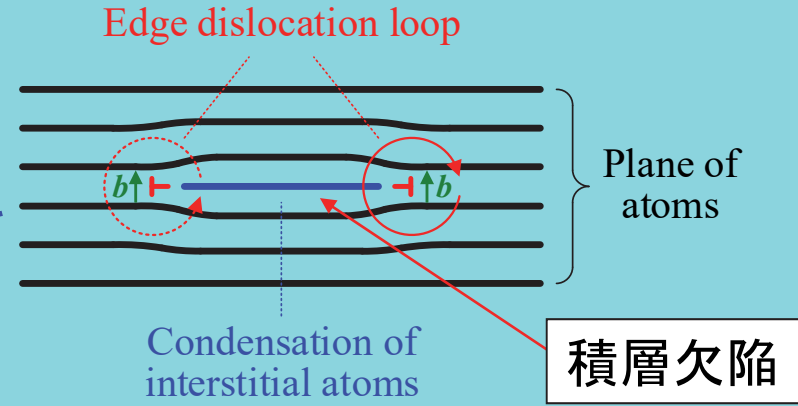


バーガース回路の方向は、転位線に沿って一定。回路の方向（転位線の方向ベクトルに関して右ネジの向き）に注意.

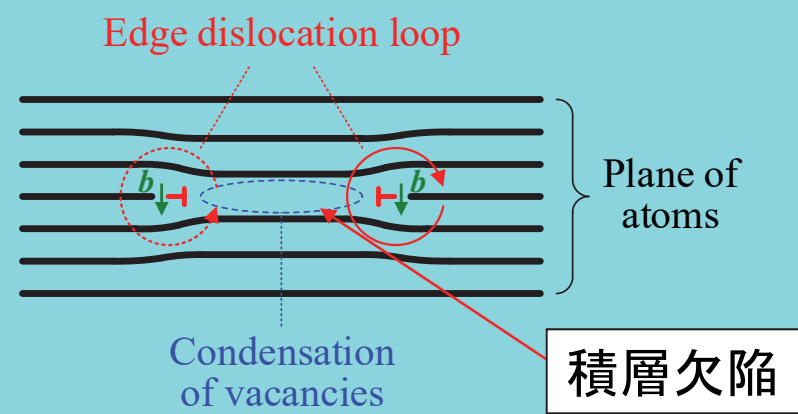
プリズマティック転位ループ (prismatic dislocation loop)



エキストリンシック転位ループ (extrinsic dislocation loop)



イントリンシック転位ループ (intrinsic dislocation loop)



プリズマティック転位ループ内は積層欠陥で転位は**不動転位** (sessile dislocation)

原子空孔や格子間原子が集合することにより形成.

パイエルスカ (Peierls force)

パイエルス・ナバロカ (Peierls-Nabarro force) とも言う。

一本の刃状転位が1原子間距離 ($=b$) だけ移動するのに要するせん断応力 τ_p .

$$\tau_p = \frac{2G}{1-\nu} \exp \left\{ -\frac{2\pi d}{b(1-\nu)} \right\}$$

G : 横弾性係数, b : バーガス・ベクトルの大きさ

ν : ポアソン比

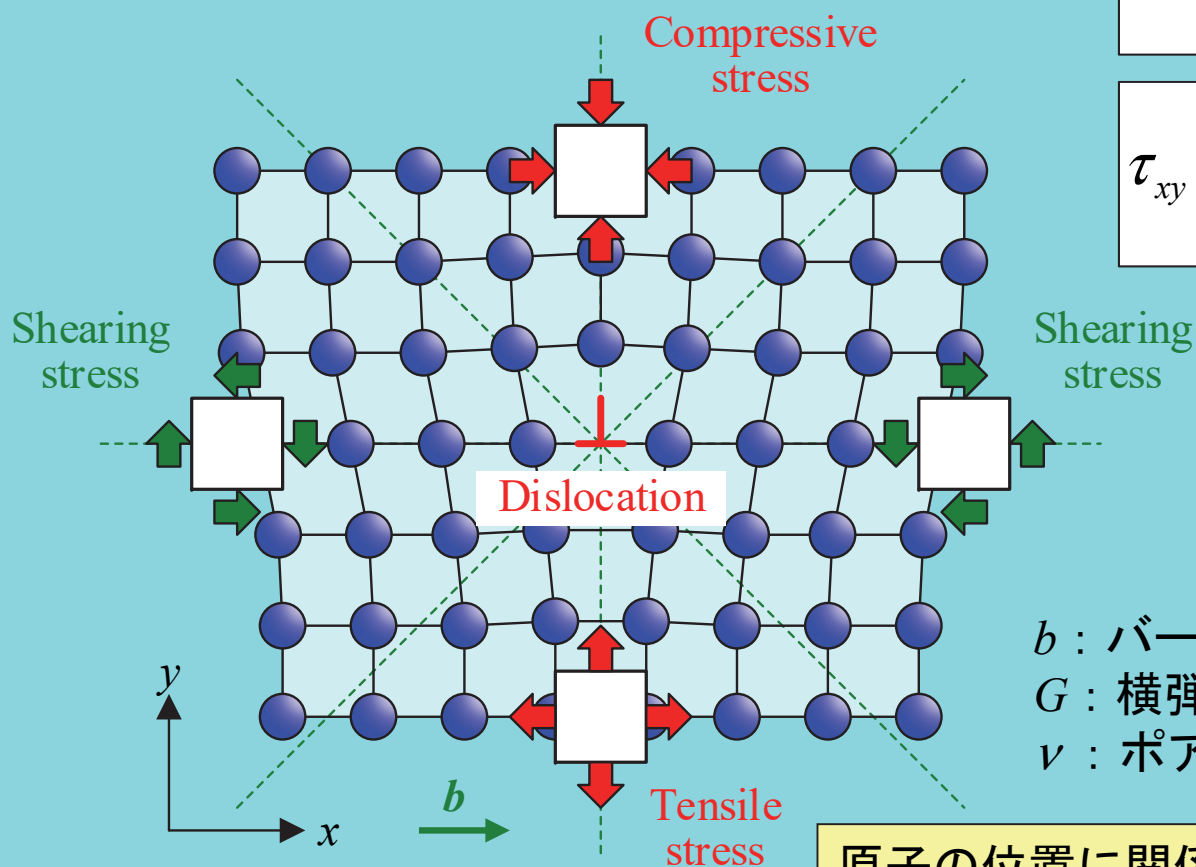
d : すべり面間距離

b : バーガス・ベクトルの大きさ

すべり面間距離 d が大きいほど (低指数のすべり面ほど) 小さなせん断応力で転位が移動。

転位周辺の応力（刃状転位）

バーガース・ベクトル b : x 軸方向



$$\sigma_x = -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\sigma_y = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\sigma_z = -\frac{\nu Gb}{\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}$$

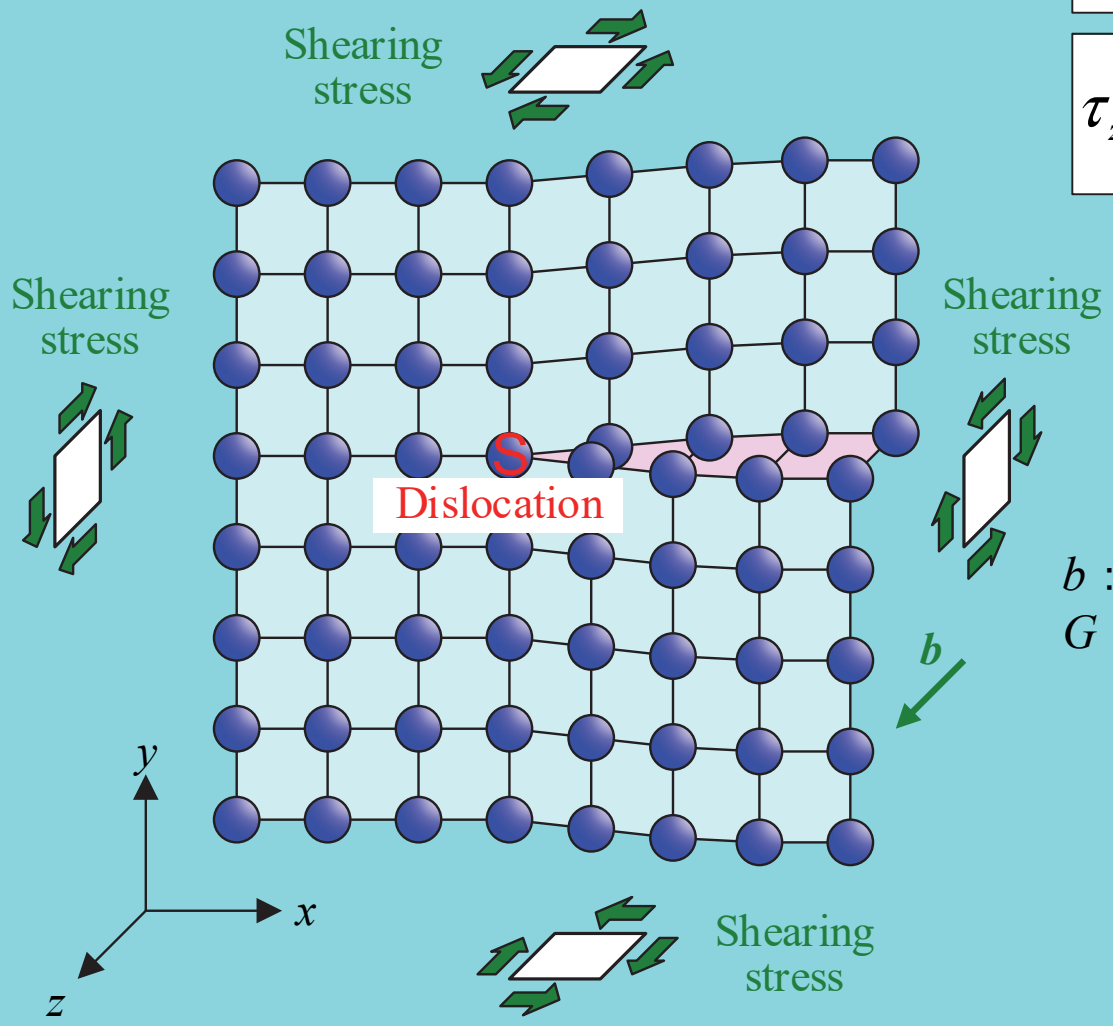
$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

b : バーガース・ベクトル b の大きさ
 G : 横弾性係数
 ν : ポアソン比

原子の位置に関係なく、等方弾性の連続体を仮定して求められた式.

転位周辺の応力（らせん転位）

バーガース・ベクトル b : z 軸方向



$$\tau_{yz} = \frac{Gb}{2\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{Gb \cos \theta}{2\pi r}$$

$$\tau_{zx} = -\frac{Gb}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2} = -\frac{Gb \sin \theta}{2\pi r}$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$$

b : バーガース・ベクトル b の大きさ
 G : 横弾性係数

垂直応力成分が存在しない。

転位のエネルギー

転位のエネルギー E_{disl} は、転位芯 (dislocation core) のエネルギー E_{core} と転位周辺の応力-ひずみ場を形成する弾性ひずみエネルギー E_{elas} の和。前者のエネルギーは後者に比べて小さい ($E_{\text{core}} \ll E_{\text{elas}}$) 。

$$E_{\text{disl}} \propto |\mathbf{b}|^2 = b^2$$

大きなバーガス・ベクトルの転位は形成されにくい。

刃状転位の単位長さ当たりの弾性ひずみエネルギーは、らせん転位の同エネルギーの1.5倍。

転位の弾性ひずみエネルギー

刃状転位（単位長さ当たりのエネルギー）

$$E_{\text{elas (edge)}} = \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0}$$

G : 横弾性係数, b : バーガースベクトルの大きさ

ν : ポアソン比

R : 転位間距離の半分程度（転位が独立して1本だけ存在することはない）

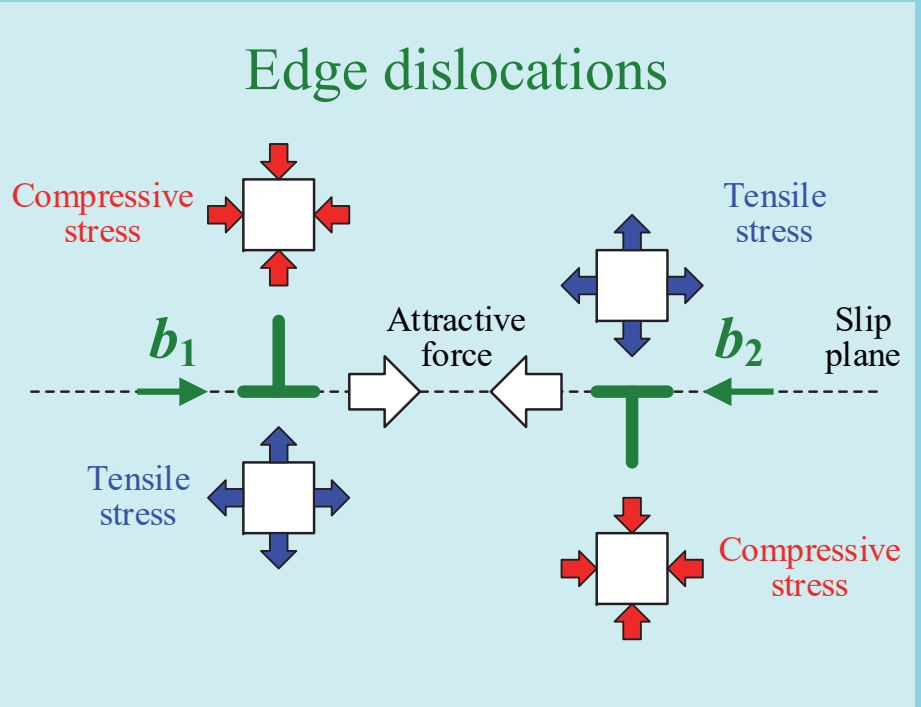
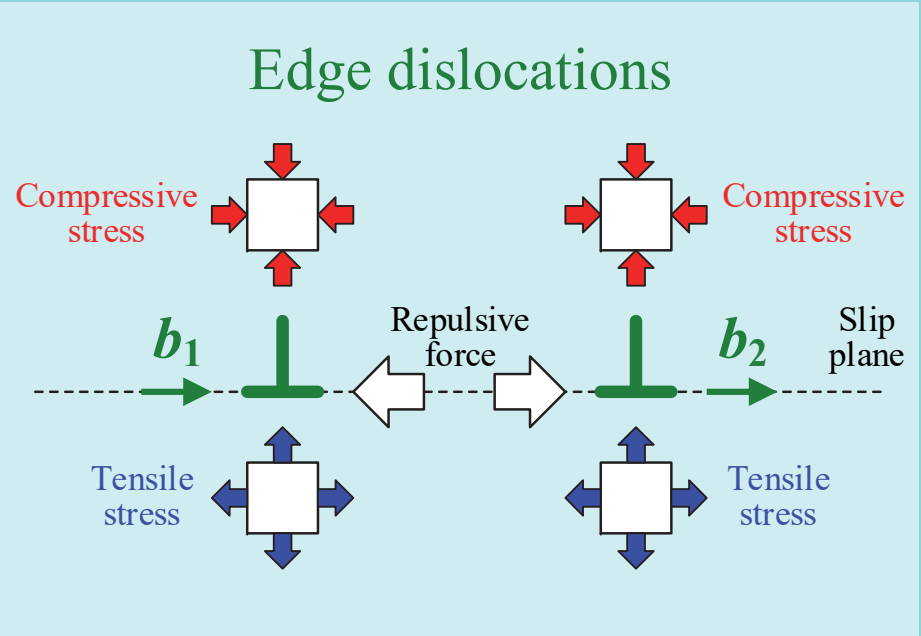
r_0 : 転位芯の大きさ（ b の数倍程度）

らせん転位（単位長さ当たりのエネルギー）

$$E_{\text{elas (screw)}} = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0}$$

$\nu=1/3$ とすると $E_{\text{elas (edge)}}$ は $E_{\text{elas (screw)}}$ の1.5倍.

同じすべり面上に存在する2本の刃状転位間に働く力



同方向のバーガース・ベクトル b_1 と b_2

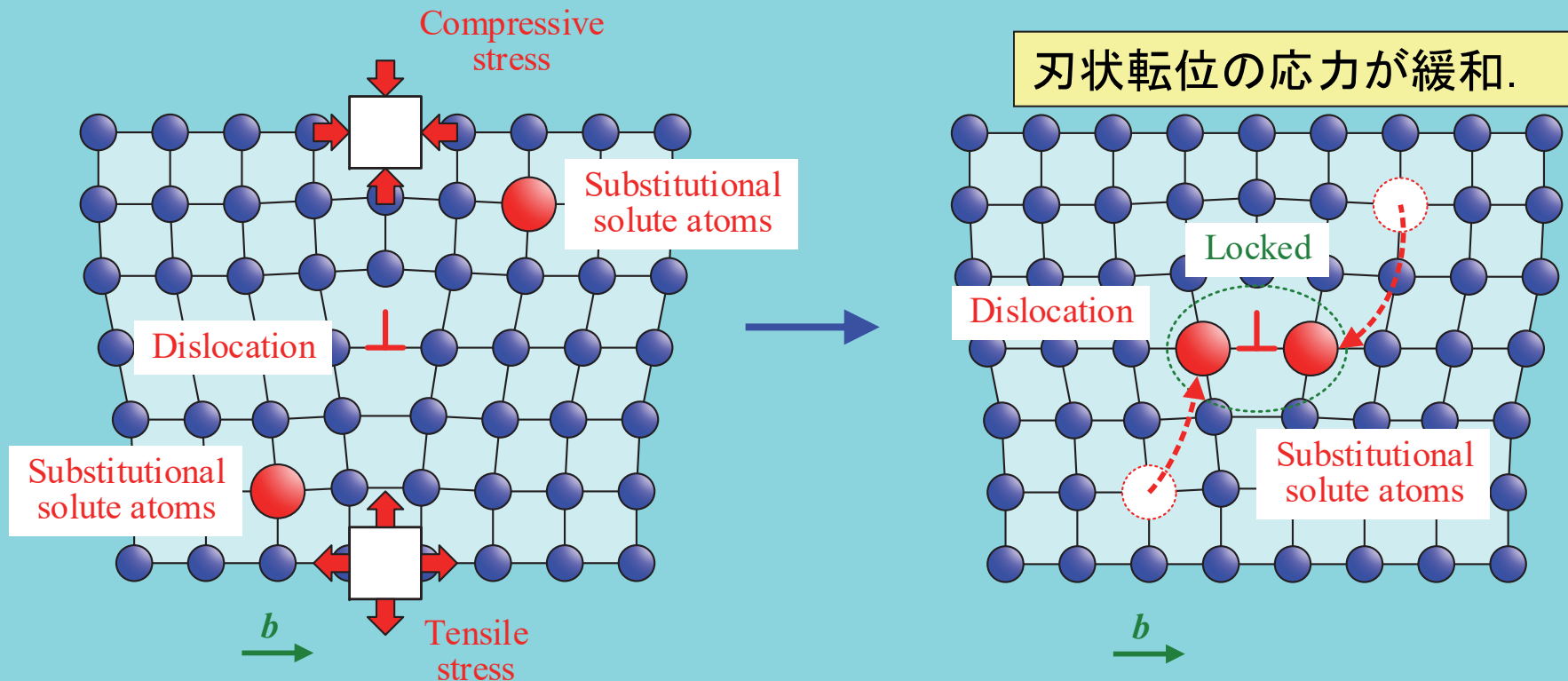
斥力が作用

2本の転位に関するバーガース回路を同じ時計回りに取った場合のバーガース・ベクトル.

逆方向のバーガース・ベクトル b_1 と b_2

引力が作用

刃状転位と溶質原子（置換型固溶体）の間に働く力



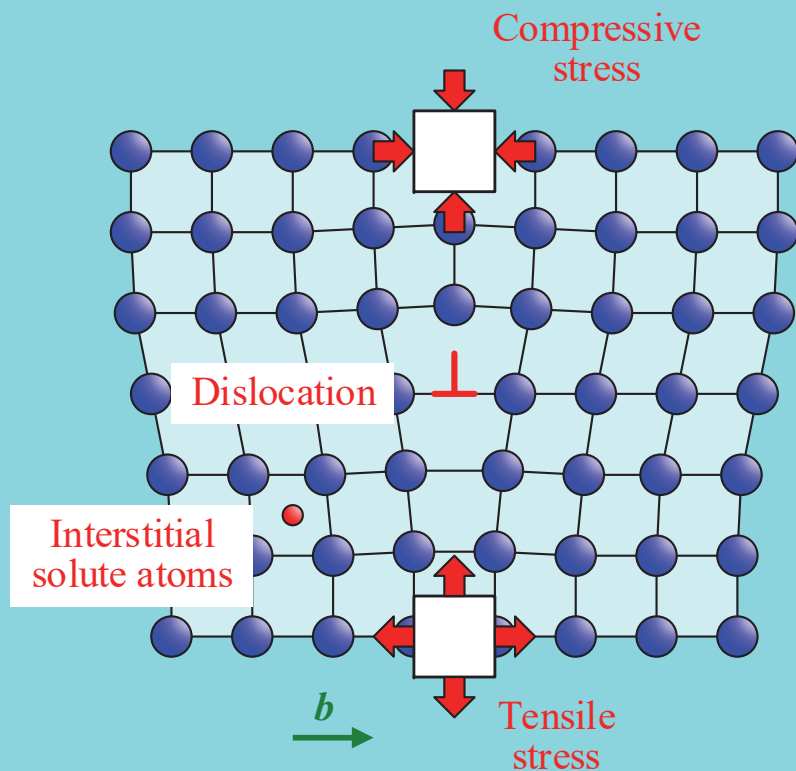
転位の固着（dislocation locking）

刃状転位周辺に溶質原子が集まり、転位が運動しにくくなること。

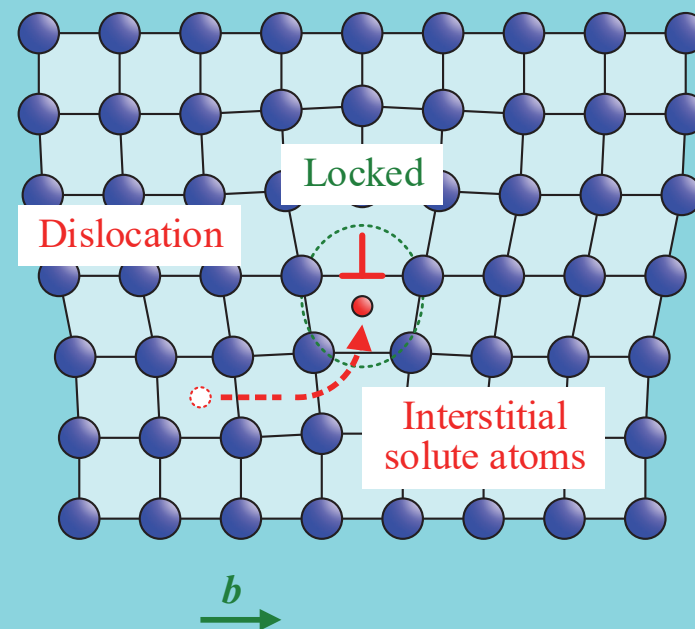
=

コットレル雰囲気
(Cottrell atmosphere)

刃状転位と溶質原子（侵入型固溶体）の間に働く力



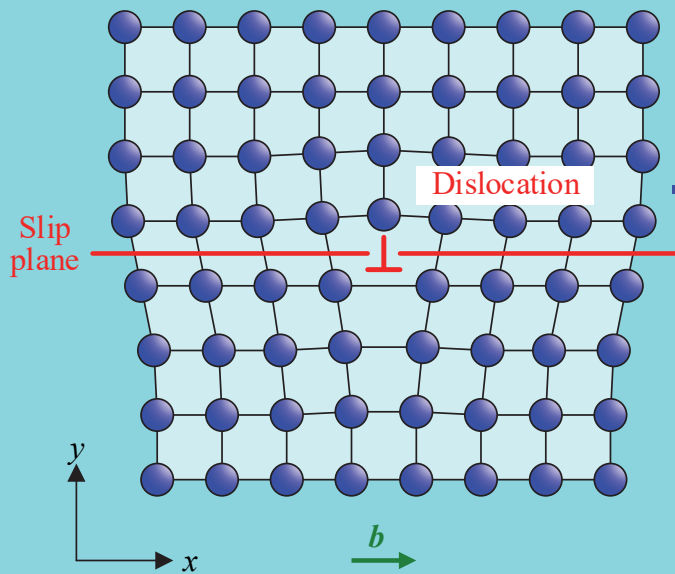
刃状転位の応力が緩和.



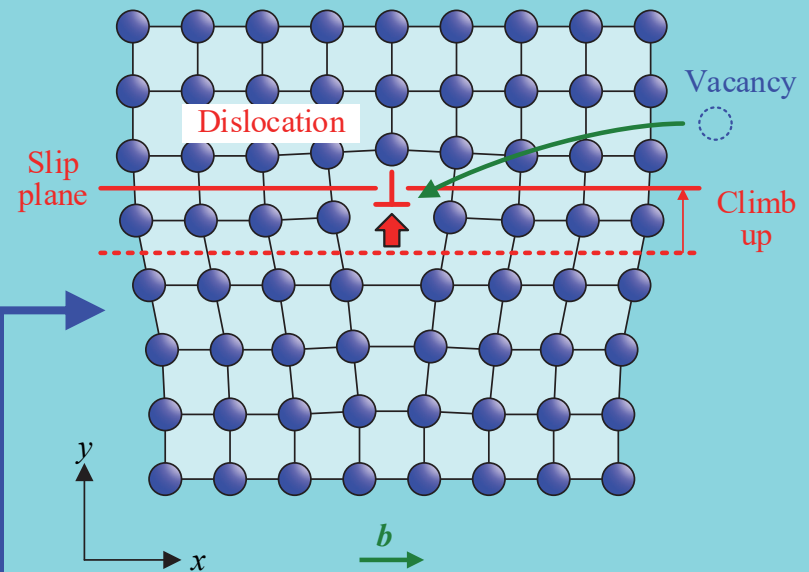
溶質原子は引張の垂直応力がより高くなる経路を選択して移動

刃状転位の上昇 (climb)

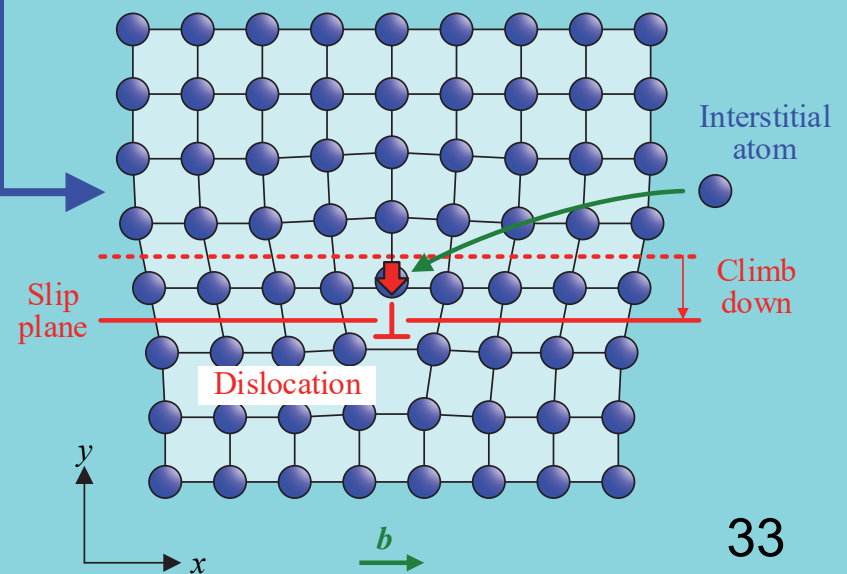
原子空孔 (vacancy) あるいは
格子間原子 (interstitial atom)
が刃状転位の芯に入り、転位
がすべり面以外の方向に移動
すること。



正の上昇 (positive climb)



負の上昇 (negative climb)



拡散が活発になる高温で生じる。

保存運動と非保存運動
(conservative and non-conservative movements)

保存運動 (conservative movement)

原子数に増減が無い転位の運動

すべり (slip)



非保存運動 (non-conservative movement)

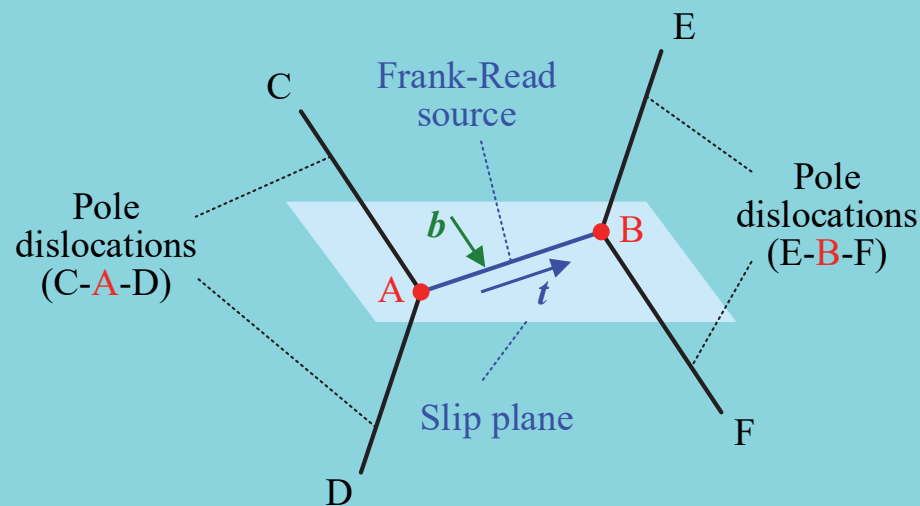
原子数が変化する転位の運動

上昇 (climb)

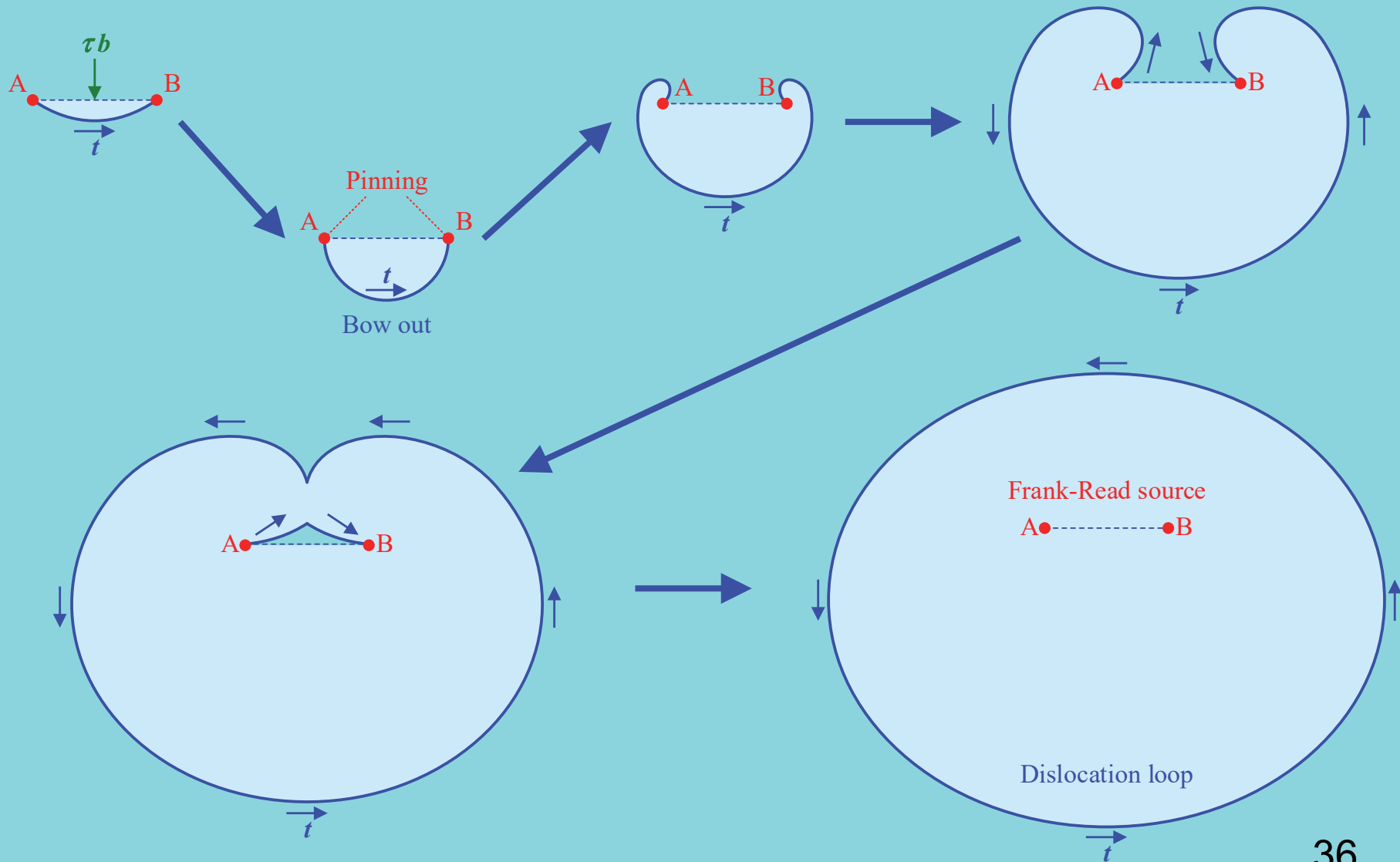
転位の増殖機構

フランク・リードの増殖機構 (Frank-Read multiplication mechanism)

支柱転位 (pole dislocation) で両端を拘束された転位 (フランク・リード源) にせん断応力が作用すると、せん断応力の方向に転位が張り出し (bow out)、その張り出しが大きくなると、後ろ側の転位が合体して転位ループ (dislocation loop) を形成する。



フランク・リードの増殖機構による増殖プロセス



ミラー指数を用いたバーガース・ベクトルの表記

* 立方晶系格子座標の場合

バーガース・ベクトル b の x, y, z 各軸方向の成分が Au, Av, Aw であるとき,

$$b = A[u \ v \ w]$$

と表す. また, 等価な方向すべてを表す場合は,

$$b = A\langle u \ v \ w \rangle$$

と表記する.

$[u \ v \ w]$ や $\langle u \ v \ w \rangle$ は単位の大
きさではないので, A はベ
クトルの大きさを表さな
い.

部分転位 (partial dislocation)

完全転位 (perfect dislocation)

バーガース・ベクトルが、すべり面上において隣接原子間を結ぶベクトル (= 結晶格子の基本ベクトル) と一致する転位.

部分転位 (partial dislocation)

バーガース・ベクトルが、隣接原子間を結ぶベクトルと一致しない転位. **不完全転位**
(imperfect dislocation) とも言う.

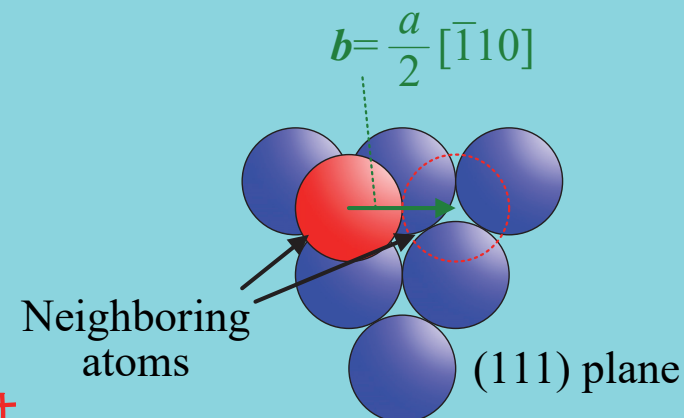
完全転位のバーガス・ベクトル (その1)

面心立方格子 (fcc)

$$\mathbf{b} = \frac{a}{2} \langle 110 \rangle \quad (a : \text{格子定数})$$

$$b = |\mathbf{b}| = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

ベクトルの大きさではないことに注意

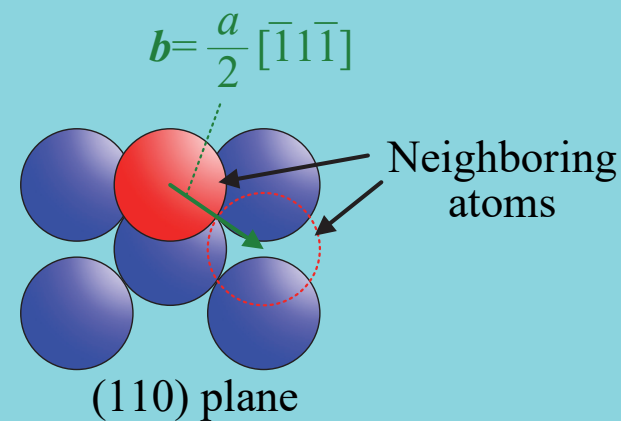


体心立方格子 (bcc)

$$\mathbf{b} = \frac{a}{2} \langle 111 \rangle \quad (a : \text{格子定数})$$

$$b = |\mathbf{b}| = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

ベクトルの大きさではないことに注意



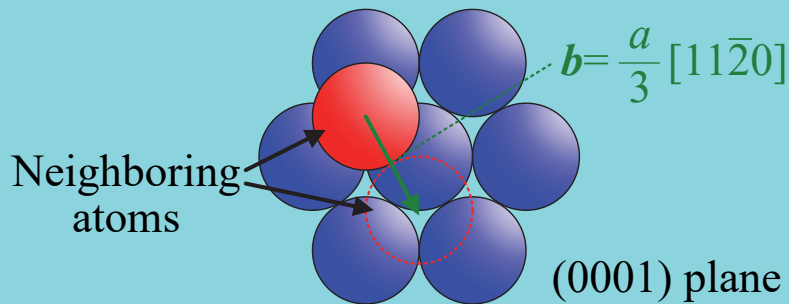
完全転位のバーガス・ベクトル (その2)

最密六方格子 (hcp)

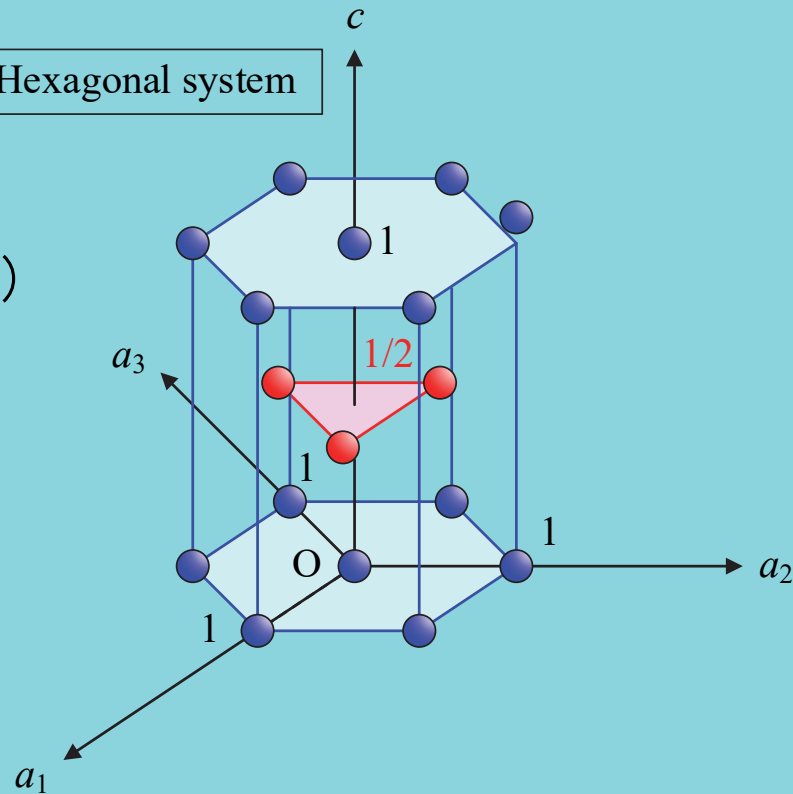
$$b = \frac{a}{3} \langle 11\bar{2}0 \rangle \quad (a : \text{格子定数})$$

$$b = |\mathbf{b}| = a$$

ベクトルの大きさ
 ではないことに
 注意



Hexagonal system



金属結晶内の面欠陥

Plane defects in Metallic Crystals

面欠陥 (plane defect)

積層欠陥 (stacking fault; SF)

結晶格子において、積層順序 (stacking sequence) が乱れた部分.

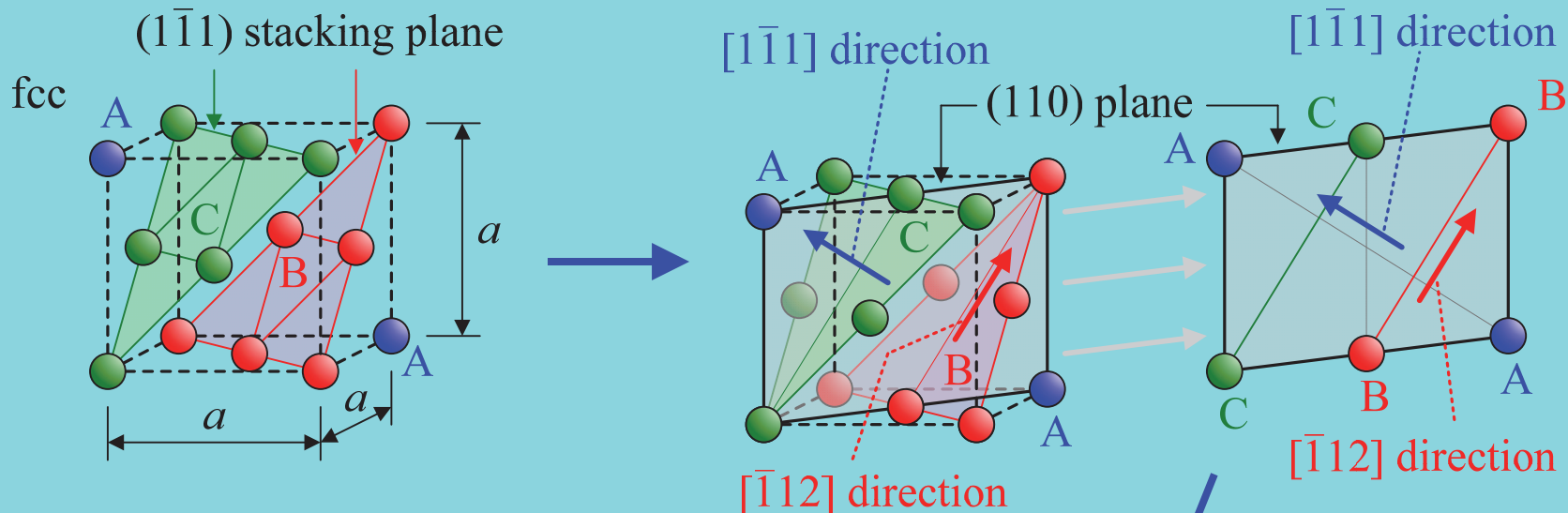
双晶境界 (twin boundary; TB)

双晶関係にある2つの結晶の境界.

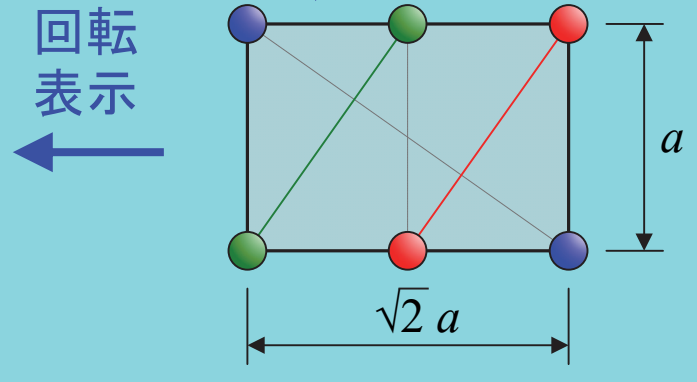
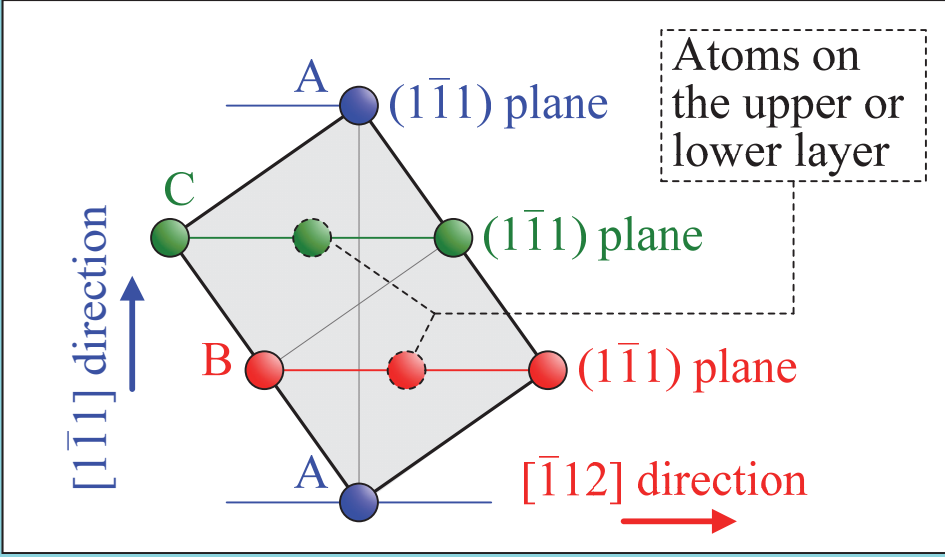
結晶粒界 (grain boundary; GB)

結晶方位の互いに異なる結晶粒が接している境界面.

面心立方格子における原子配置の(110)面への投影



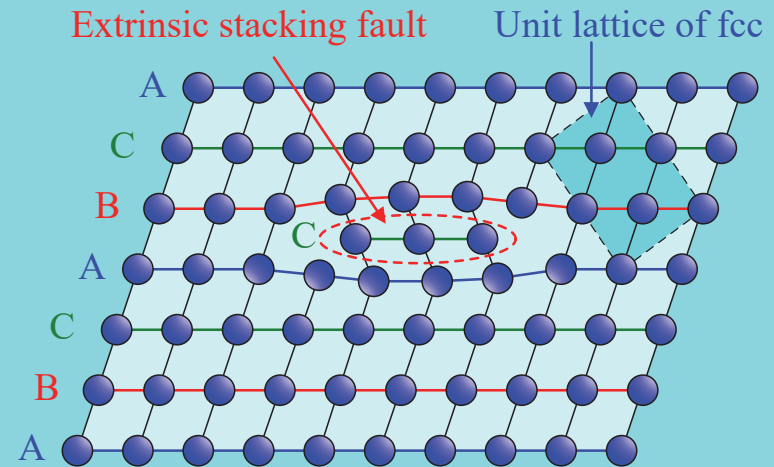
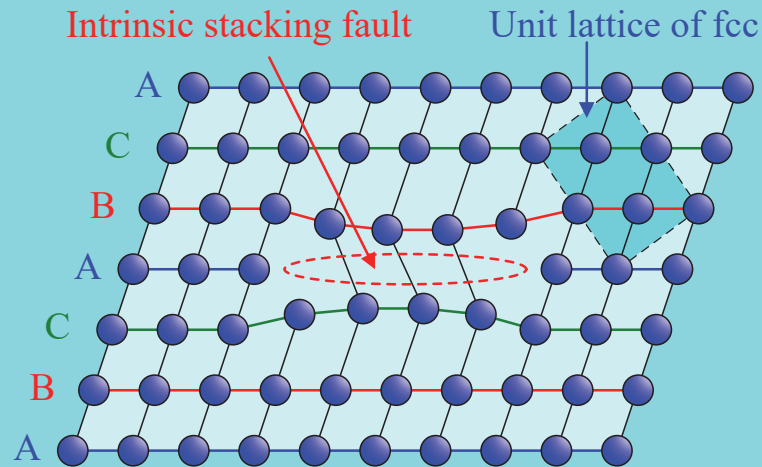
(110)面投影図



($1\bar{1}1$)面を積層面とし、原子を積層面と垂直な方向である(110)面に投影して見ると、この図のようになる。

積層欠陥 (stacking fault; SF)

結晶格子において、積層順序が1原子層のみ異なっているような面欠陥。1原子層欠落している場合を**イントリンシック（空孔）型積層欠陥** (intrinsic stacking fault; i-SF) , 1原子層余分に挿入されている場合を**エキストリンシック（格子間原子）型積層欠陥** (extrinsic stacking fault; e-SF) という。



転位の分解, 拡張と積層欠陥

分解 (dissociation)

完全転位が複数の部分転位に分かれること.

$$b \rightarrow b_1 + b_2 + \dots$$

部分転位への分解条件

$$|b|^2 > |b_1|^2 + |b_2|^2 + \dots$$

b : 完全転位のバーガース・ベクトル

b_i : 部分転位のバーガース・ベクトル

拡張転位 (extended dislocation)

1本の完全転位がリボン状 (幅を有する状態) に拡張し, 2本の部分転位と積層欠陥になった状態.

完全転位



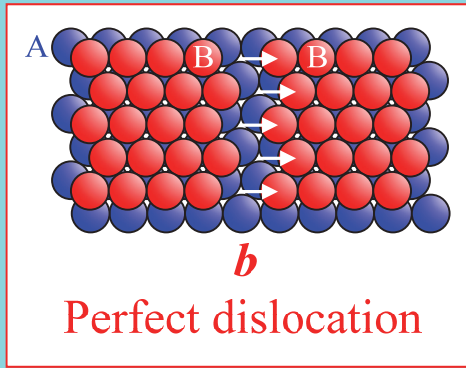
部分転位

積層欠陥

部分転位

拡張転位の原子配置

* 面心立方格子 (fcc) の場合



完全転位のバーガース・ベクトルの大きさ $|b|$

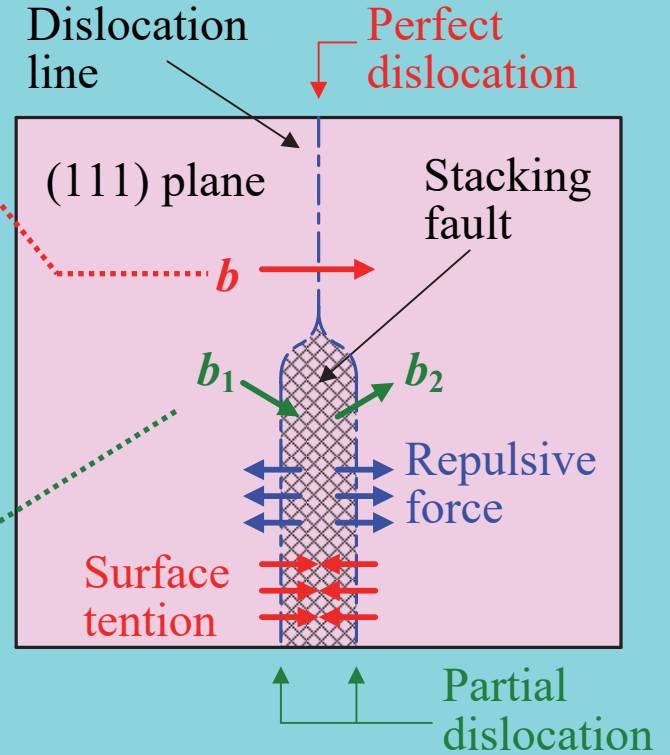
$$|b| = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (a : \text{格子定数})$$

$$|b|^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$|b_1|^2 + |b_2|^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{a^2}{3}$$

× 転位の形成に大きなエネルギーが必要

○ 小さなエネルギーで転位が形成



$[\bar{1}10]$ direction

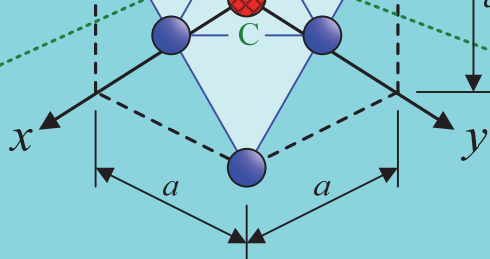
$$b = \frac{a}{2} [\bar{1}10]$$

(111) plane

積層欠陥の形成にもエネルギーが必要.

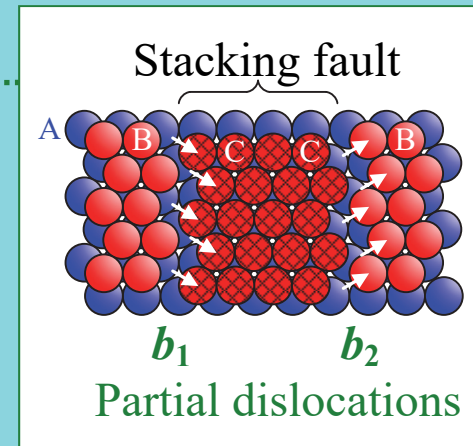
$[\bar{1}2\bar{1}]$ direction

$$b_1 = \frac{a}{6} [\bar{1}2\bar{1}]$$



$[\bar{2}11]$ direction

$$b_2 = \frac{a}{6} [\bar{2}11]$$



積層欠陥エネルギー (stacking fault energy; SFE)

完全結晶中に単位面積の積層欠陥を導入するのに必要なエネルギー。積層欠陥エネルギーの低い金属ほど転位は2本の部分転位に分かれて拡張しやすい。

部分転位同士の斥力

=

表面張力
(積層欠陥面の張力)



拡張転位の幅 $\propto 1 / \text{積層欠陥エネルギー}$

積層欠陥エネルギーは、顕微鏡観察より求めた拡張転位の幅から求められる。

双晶 (twin)

周囲の結晶の原子配列に対して、特定の面や軸に関して**対称となる**ような原子配列を持つ層状の結晶領域.

面心立方 (fcc) 金属では、双晶変形の開始応力が積層欠陥エネルギーの大きさにほぼ比例する.

SFEが比較的大きなfcc金属 : Al, Ni

SFEが比較的小さなfcc金属 : Ag, Au, Cu

双晶の種類（その1）

変形双晶（deformation twinまたはmechanical twin）

塑性変形によって形成される双晶。最密六方格子（hcp）や体心立方格子（bcc）の金属で多く観察される。

焼なまし双晶（annealing twin）

高温に加熱したときに起こる結晶粒界の移動である再結晶に伴って形成される双晶。黄銅（Cu-Zn合金，真鍮）やオーステナイト系ステンレス鋼等の面心立方格子（fcc）の構造を有する金属で多く観察される。

双晶の種類（その2）

成長双晶（growth twin）

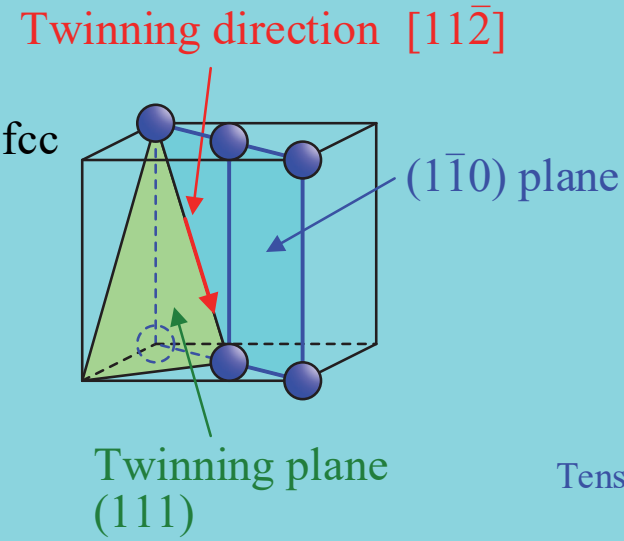
気相や液相から結晶が成長するときに形成される双晶.

変態双晶（transformation twin）

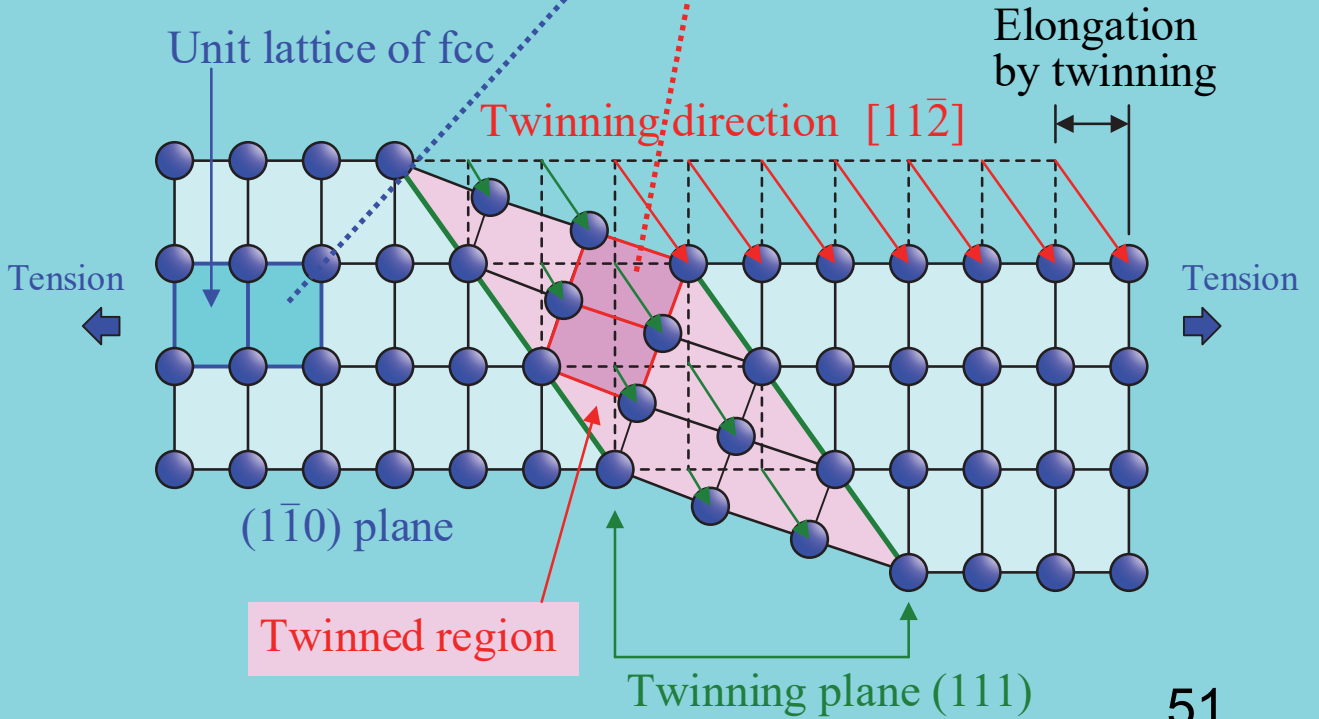
焼入れ時などのように変態するときに形成される双晶.

面心立方格子 (fcc) の引張双晶

面心立方格子 (fcc) では、双晶面が $\{111\}$ 面、双晶方向が $\langle 11\bar{2} \rangle$ 方向になる。



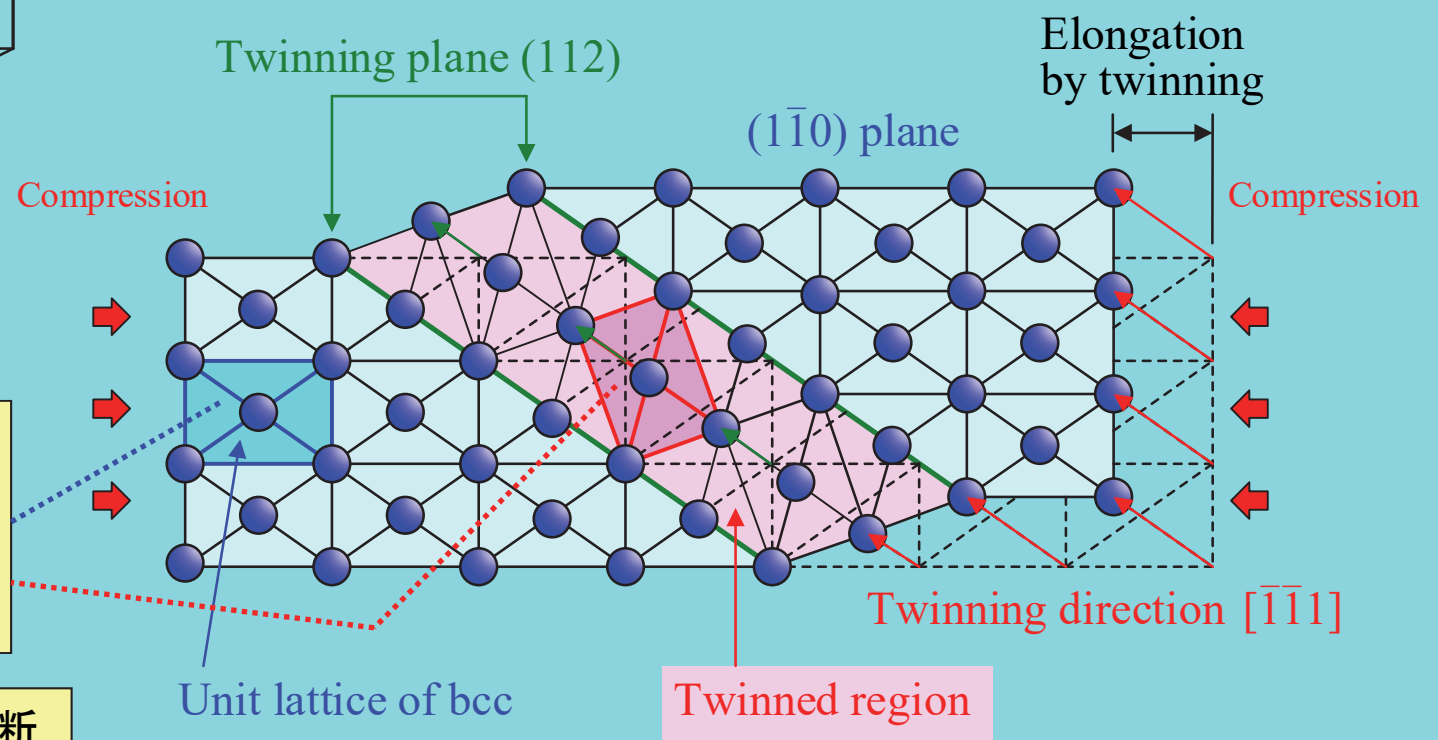
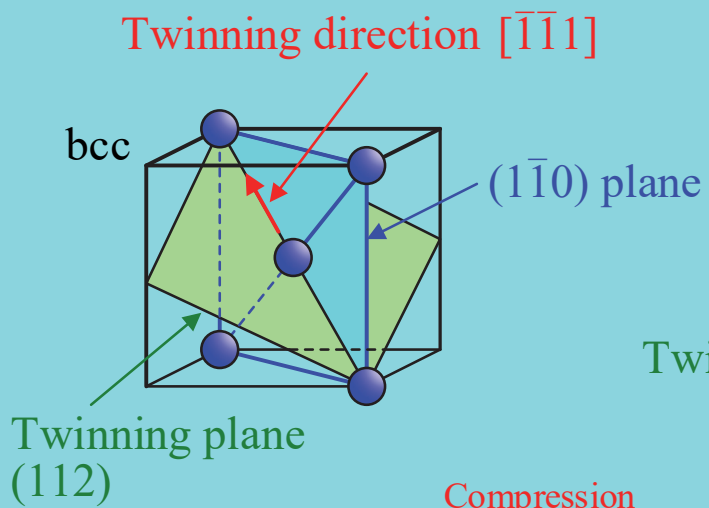
双晶領域では結晶が回転（方位が変化）、双晶面と平行なせん断変位



双晶領域内のせん断ひずみは $1/\sqrt{2} \approx 0.7$

体心立方格子 (bcc) の圧縮双晶

体心立方格子 (bcc) では, 双晶面が{112}面, 双晶方向が $\langle\bar{1}\bar{1}1\rangle$ 方向になる.

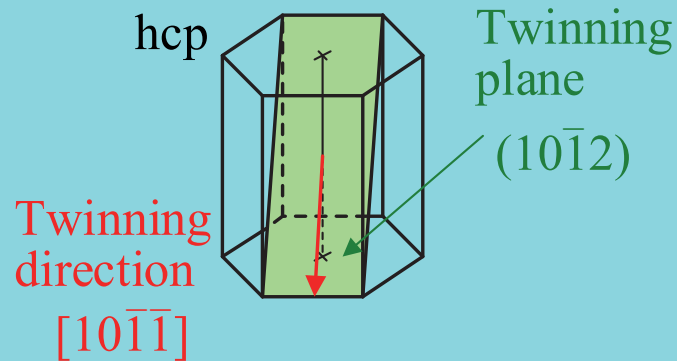
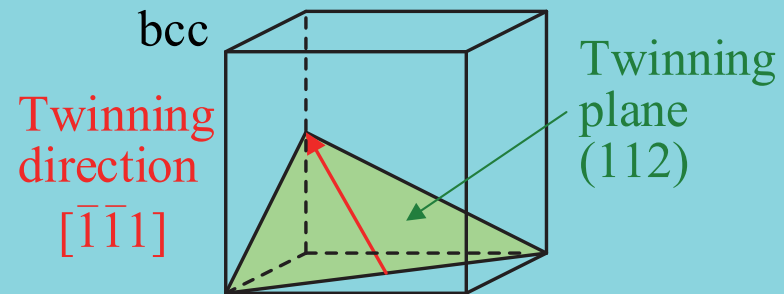
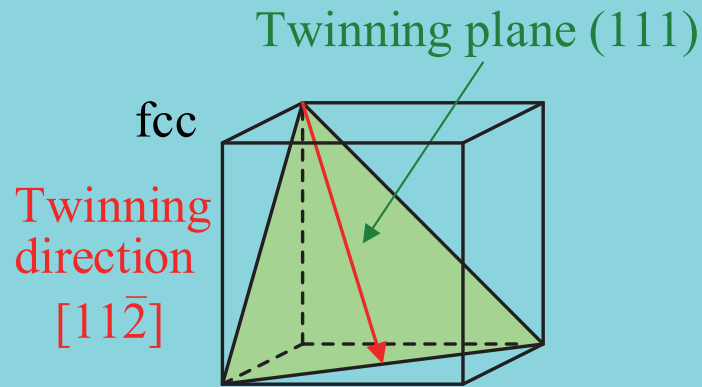


双晶領域では結晶が回転（方位が変化）, 双晶面と平行なせん断変位

双晶領域内のせん断ひずみは $1/\sqrt{2} \approx 0.7$

双晶面 (twinning plane) と双晶方向 (twinning direction)

結晶構造	双晶面	双晶方向
面心立方格子 (fcc)	{111}	$\langle 11\bar{2} \rangle$
最密六方格子 (hcp)	{ $10\bar{1}2$ }	$\langle 10\bar{1}\bar{1} \rangle$
体心立方格子 (bcc)	{112}	$\langle \bar{1}\bar{1}1 \rangle$



すべりと双晶の比較

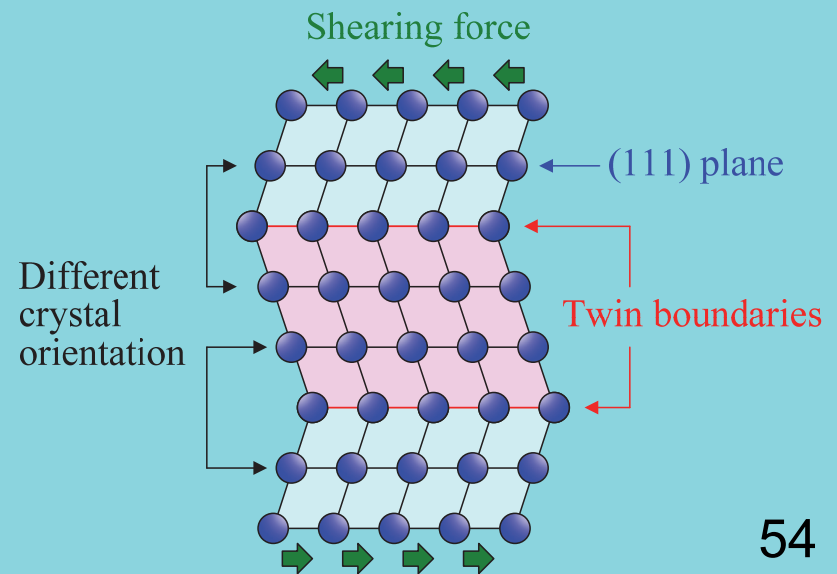
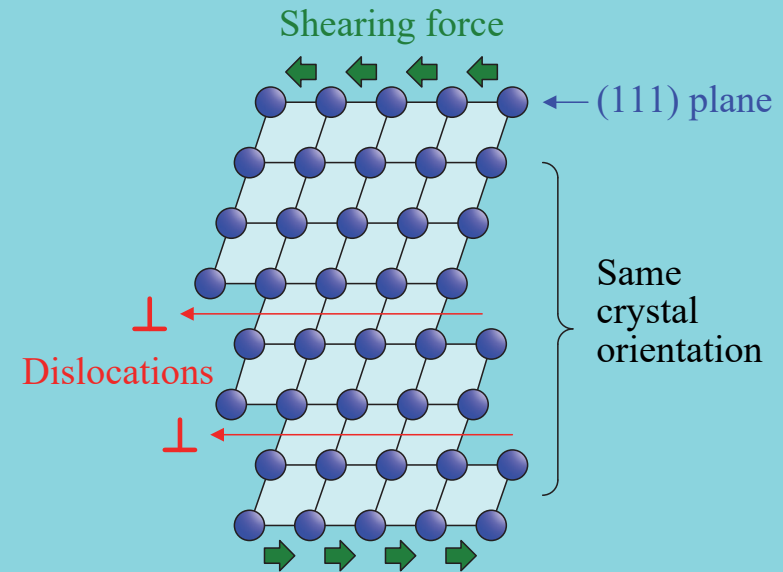
すべり (slip)

すべり変形では、すべった部分とすべらない部分の境界の両側で**結晶の向きは変わらない**。

双晶 (twin)

双晶変形では、双晶面の両側で**結晶の向きが変わる**。

すべりと双晶は2つの代表的な塑性変形機構＝どちらも応力緩和の現象



塑性変形における双晶の役割

双晶変形により生じるひずみは小さい。

双晶変形により双晶領域の結晶方位が変化



特に、最密六方（hcp）金属では、
双晶変形の果たす役割が大きい。

違うすべり系が活動可能

積層欠陥と双晶の比較

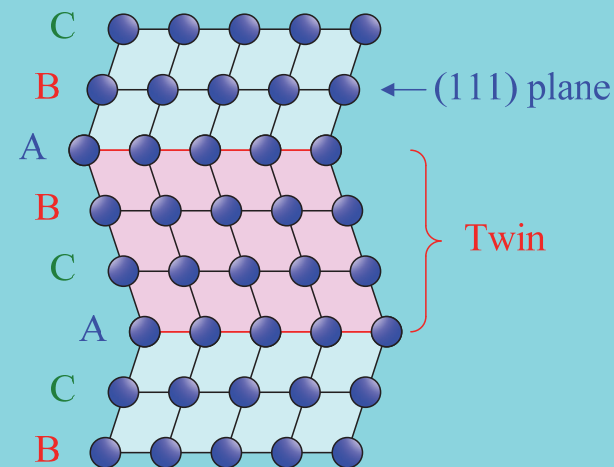
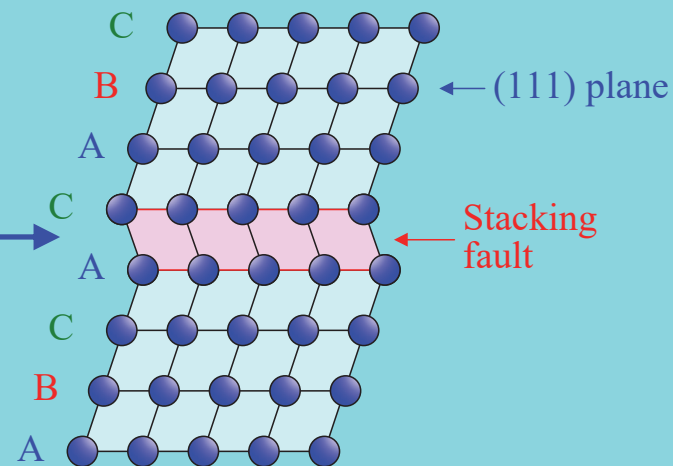
積層欠陥 (stacking fault)

積層順序が1原子層でのみ異なっている。

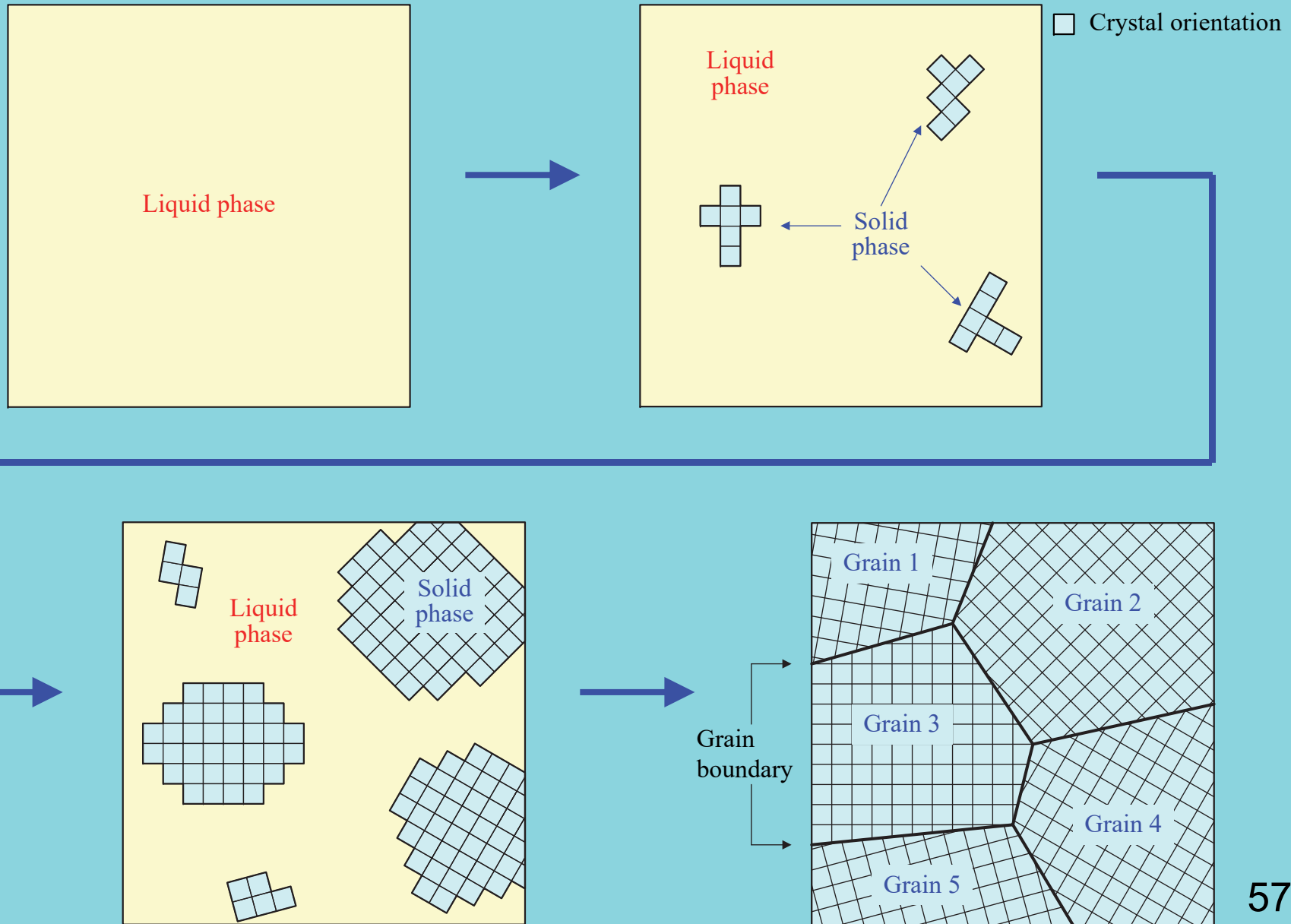
双晶 (twin)

積層順序が多層に渡って異なっている。

面心立方 (fcc) 金属中に存在する積層欠陥は、極めて薄い最密六方格子 (hcp) と見なすこともできる。



金属の凝固過程と結晶粒界の形成



結晶粒界 (grain boundary; GB)

個々の結晶が核から成長し、お互いにぶつかった箇所に生じる境界.

傾角粒界 (tilt boundary)

粒界の両側の結晶の方位関係が、相対的な方位の回転で表されるとき、その回転軸が粒界上に存在するような粒界.

ねじり粒界 (twist boundary)

粒界の両側の結晶の方位関係が、相対的な方位の回転で表されるとき、その回転軸が粒界面に垂直であるような粒界.

金属の集合組織

Texture of Metals

集合組織 (texture)

多結晶体において結晶粒の方位分布がランダムではなく、ある偏り、すなわち、**優先方位** (**preferred orientation**) を持った状態。引抜きや圧延等の塑性加工や再結晶によって生じる。

圧延集合組織 (rolling texture)

再結晶集合組織 (recrystallization texture)

変形集合組織 (deformation texture)

集合組織の表記法

圧延材のように2つの軸に沿って優先方位が発達するような2軸集合組織では、例えば、**圧延面**と**圧延方向**の結晶方位をそれぞれミラー指数で $\{hkl\}\langle uvw\rangle$ のように示す。

線材のように1つの軸に沿って優先方位が発達する単軸集合組織では、例えば、その長手方向の結晶方位を $\langle uvw\rangle$ のように示す。

代表的な集合組織

立方体方位 (cube orientation)
または立方体集合組織 (cube texture)

$$\{001\}\langle 100 \rangle$$

銅方位 (copper orientation)
または銅集合組織 (copper texture)

$$\{112\}\langle 11\bar{1} \rangle$$

銅の圧延集合組織における優先方位

黄銅方位 (brass orientation)
または黄銅集合組織 (brass texture)

$$\{110\}\langle 1\bar{1}2 \rangle$$

黄銅の圧延集合組織における優先方位

Goss方位 (Goss orientation)
またはGoss集合組織 (Goss texture)

$$\{110\}\langle 001 \rangle$$

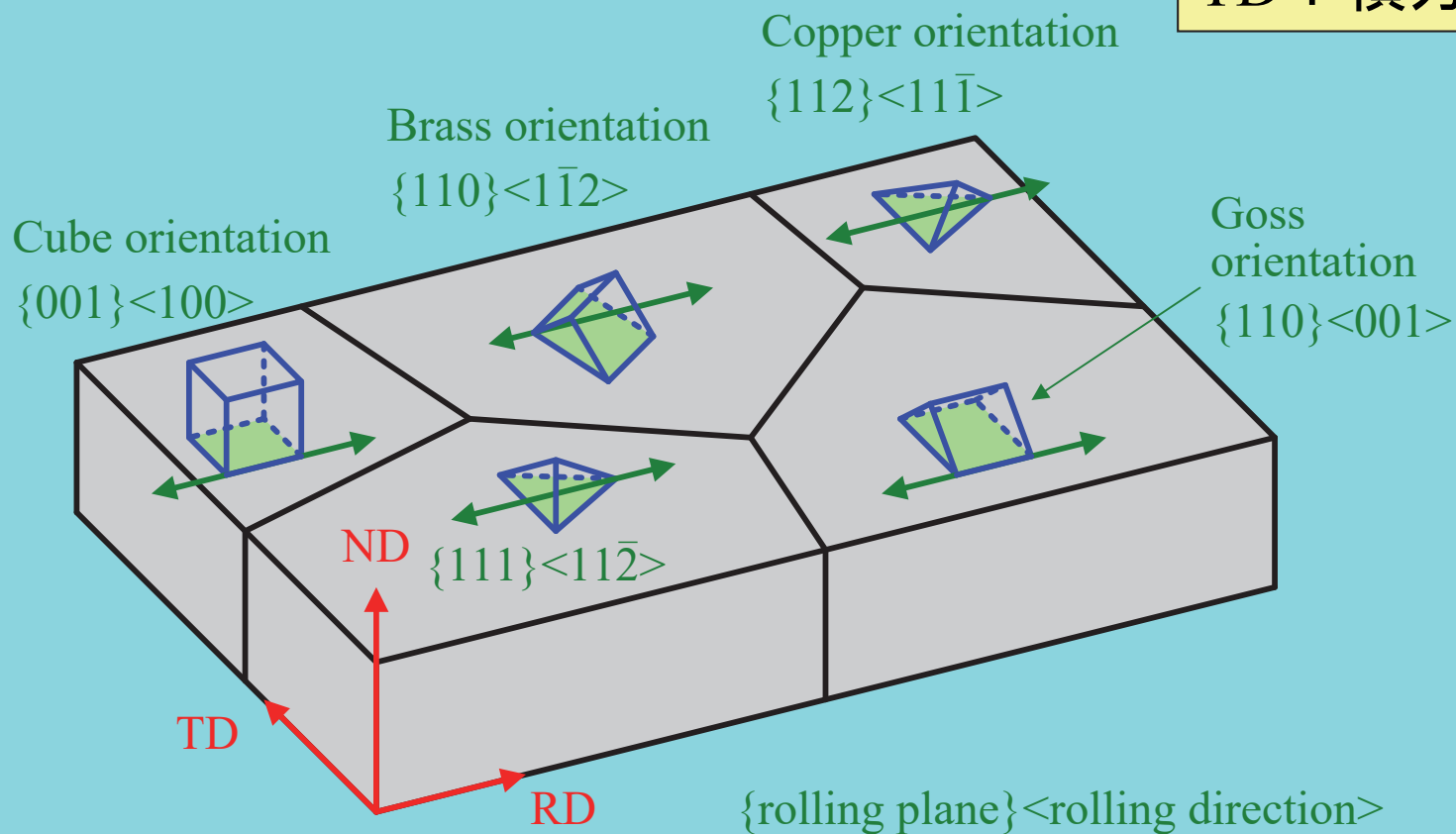
一方向性電磁鋼板における優先方位
(製造法の発明者がN.P.Goss)

代表的な集合組織の図示

ND : 圧延面法線方向

RD : 圧延方向

TD : 横方向



ND: normal direction
RD: rolling direction
TD: transverse direction

繊維集合組織 (fiber texture) の例

α 繊維集合組織 (α fiber texture)

RD // $\langle 011 \rangle$

γ 繊維集合組織 (γ fiber texture)

ND \perp $\langle 111 \rangle$

または

ND // $\{111\}$

体心立方格子を有する多結晶金属の圧延において発達する集合組織

単結晶金属のすべり

Slip in Single Crystal of Metals

外力とすべり面上に作用する応力の関係（その1）

垂直応力（すべり面に垂直な方向の応力）

$$\sigma_R = \frac{\text{(Resolved force normal to slip plane)}}{\text{(Area of slip plane)}}$$

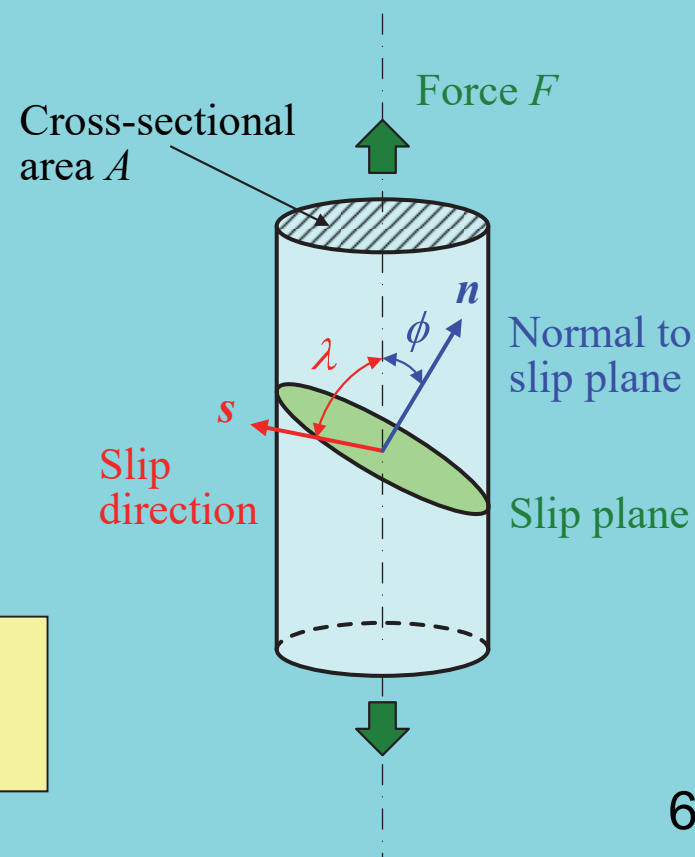
$$= \frac{F \cos \phi}{\left(\frac{A}{\cos \phi} \right)}$$

$$= \frac{F}{A} \cos^2 \phi$$

$$= \sigma \cos^2 \phi$$

$$= \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$$

応力テンソル
(stress tensor)



外力とすべり面上に作用する応力の関係 (その2)

せん断応力

(すべり面上に作用するすべり方向のせん断応力)

$$\tau_R = \frac{\text{Resolved force in slip direction}}{\text{Area of slip plane}}$$

$$= \frac{F \cos \lambda}{\left(\frac{A}{\cos \phi} \right)}$$

$$= \frac{F}{A} \cos \phi \cos \lambda$$

$$= \sigma \cos \phi \cos \lambda =$$

$$= \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{s}$$

分解せん断応力
(resolved shear stress)

応力テンソル (stress tensor)

分解せん断応力の各種形式による表現

分解せん断応力 τ_R は、すべり面の単位法線ベクトル n と応力テンソル σ とすべり方向の単位ベクトル s の内積で求められる。

$$\tau_R = n \cdot \sigma \cdot s$$

シンボリック表現

$$= n_i \sigma_{ij} s_j$$

指標表現

$$= \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cos \lambda \end{bmatrix}$$

行列表現

$$= \sigma \cos \phi \cos \lambda$$

臨界分解せん断応力 (critical resolved shear stress; CRSS)

あるすべり面で初めてすべりが生じるときの分解せん断応力. τ_{CRSS} と略記.

$$\tau_{\text{CRSS}} = \sigma_Y \cos \phi \cos \lambda$$

σ_Y : すべり開始時の巨視的垂直応力

τ_{CRSS} : すべり開始時においてすべり面上に作用しているすべり方向のせん断応力

シュミット因子 (Schmid's factor)

巨視的垂直応力と分解せん断応力との間の係数 $\cos\phi \cdot \cos\lambda$ のこと。単結晶金属では、シュミット因子の大きな結晶ほど小さな外力で塑性変形が開始する。

$\phi = \lambda = \pi/4$ のときに（引張軸と45degをなす面において）最大値0.5を取る。

$\phi = 0$ のときに（引張軸と垂直な面において、 λ は常に $\pi/2$ ）もしくは $\phi = \pi/2$ のときに（引張軸と平行な面において）最小値0を取る。

シュミット因子のミラー指数による表現

すべり面が $(h k l)$ ，すべり方向が $[u v w]$ ，引張り軸が $[U V W]$ であるとき，シュミット因子 $\cos\phi \cdot \cos\lambda$ は，次式で表される．

$$\cos\phi \cdot \cos\lambda = \frac{hU + kV + lW}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}} \cdot \frac{uU + vV + wW}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}}$$

すべり面の法線方向，すべり方向，引張り軸方向のベクトルとそれらの内積を考えることにより得られる式．

分解せん断応力のミラー指数による表現

(O- x_1', x_2', x_3' 直交デカルト座標系から O- x_1, x_2, x_3 直交デカルト座標系への応力テンソル σ の逆変換

すべり面の単位法線ベクトル n

$$n = \frac{1}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \begin{bmatrix} h \\ k \\ l \end{bmatrix}$$

すべり方向の単位ベクトル s

$$s = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

引張軸方向の単位ベクトル t

$$t = \frac{1}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

分解せん断応力 τ_R

$$\tau_R = n \cdot (Q^T \cdot \sigma \cdot Q) \cdot s = \sigma(n \cdot t)(s \cdot t)$$

Q : 座標変換テンソル (O- x_1, x_2, x_3 直交デカルト座標系から引張軸を x_3' 軸とする座標系への変換を表すテンソル)

σ : O- x_1', x_2', x_3' 直交デカルト座標系における応力テンソル (太字)

σ : 引張り軸 (x_3' 軸) 方向の垂直応力の大きさ

シュミットの法則 (Schmid's law)

単結晶金属では，その純度や転位密度，温度，ひずみ速度が同じであれば，結晶方位に関係なく**臨界分解せん断応力は一定**である。



複数存在するすべり系において，最初に活動するすべり系，すなわち，**主すべり系 (primary slip system)** は，シュミット因子が**最大**のものである。

bcc構造の金属では，この法則が成り立たないことが多い。

臨界分解せん断応力と降伏応力の関係（その1）

臨界分解せん断応力（critical resolved shear stress; CRSS）

すべり面上ですべりが生じ始める応力

すべり面上で転位が動き始める応力



単結晶金属の降伏応力（yield stress）

臨界分解せん断応力と降伏応力の関係（その2）

外力（巨視的応力）の増加

一つの結晶には複数のすべり系が存在

すべり系1の
分解せん断応力
 $\tau_{R(1)}$ の増加

$$\tau_{R(1)} < \tau_{CRSS}$$

すべり系*i*の分
解せん断応力
 $\tau_{R(i)}$ の増加

$$\tau_{R(i)} = \tau_{CRSS}$$

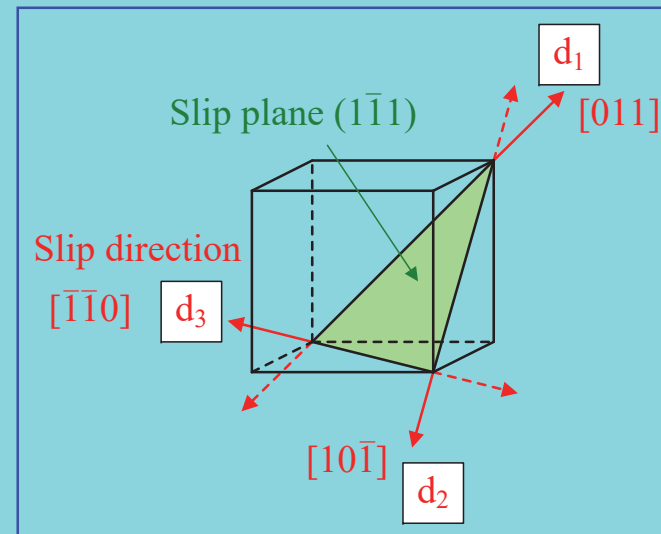
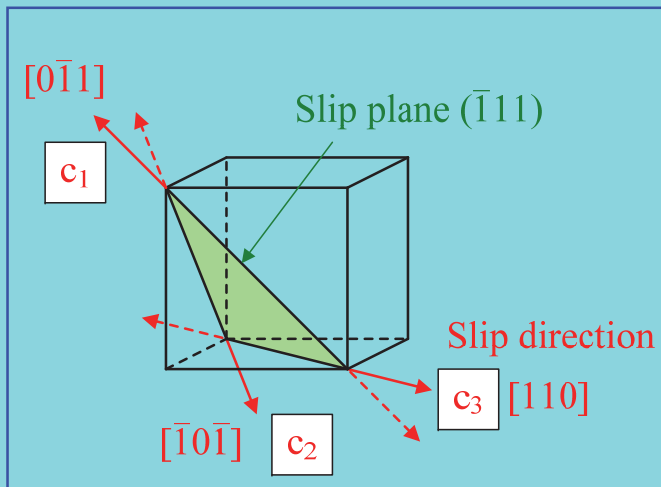
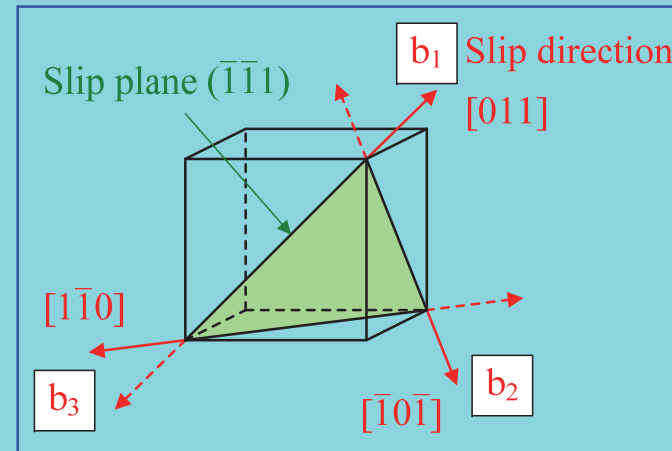
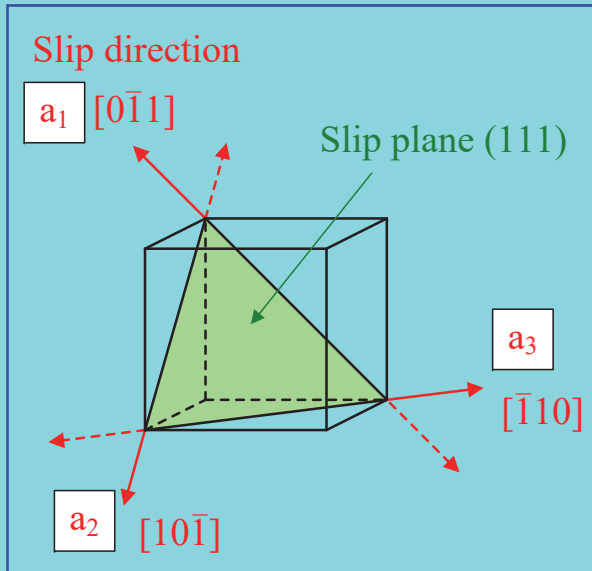
すべり系12の
分解せん断応力
 $\tau_{R(12)}$ の増加

$$\tau_{R(12)} < \tau_{CRSS}$$

すべり系*i*（主すべり系）にお
いて最初にすべりが開始

面心立方格子 (fcc) のすべり系

12個のすべり系における τ_R の最大値がすべりの開始を決定



多結晶金属のすべり

Slip in Polycrystalline Metals

代表的な多結晶金属の塑性変形モデル

ザックス（Sachs）モデル

多結晶体を構成するすべての結晶粒において
応力状態が等しく，各結晶粒ではシュミット
因子が最大のすべり系のみが活動して塑性変
形が進行するモデル。

テイラー（Taylor）モデル

多結晶体を構成するすべての結晶粒が等しく
変形し，各結晶粒では複数のすべり系が同時
に活動して塑性変形が進行するモデル。

各変形モデルの特徴

ザックスモデル

- 結晶粒界における応力の平衡方程式
- × 結晶粒界におけるひずみの適合方程式

テイラーモデル

- × 結晶粒界における応力の平衡方程式
- 結晶粒界におけるひずみの適合方程式

テイラー因子 (Taylor factor) その1

局所的テイラー因子 (local Taylor factor)

単軸引張における各結晶粒 (結晶粒 i) の降伏応力 $\sigma_{Y(i)}$ と臨界分解せん断応力 τ_{CRSS} の比 M_i .

$$\sigma_{Y(i)} = M_i \tau_{CRSS}$$

結晶方位 (引張軸に対するすべり面とすべり方向) の関数

一つのすべり系のみを考えると, 局所的テイラー因子 M_i はシュミット因子の逆数に対応するが, テイラーモデルでは, 一般に, **複数のすべり系が同時に活動する**と考える.

テイラー因子 (Taylor factor) その2

テイラー因子 (Taylor factor)

多結晶体の単軸引張における降伏応力 σ_Y と臨界分解せん断応力 τ_{CRSS} の比 M .

$$\sigma_Y = M \tau_{CRSS}$$

i : 結晶粒番号

$$M = \sum_i M_i f_i$$

f_i : 体積分率 (volume fraction)

結晶方位分布 (結晶方位とその方位を有する結晶粒の体積分率) の関数

多結晶体の各結晶粒で多重すべりを生じさせるのに必要な平均分解せん断応力 ($\approx \tau_{CRSS}$) を, 単軸引張における降伏応力 σ_Y から見積もることが可能 (fcc金属の場合は $M \approx 3.1$) .

ホール・ペッチの関係式 (Hall-Petch equation)

多結晶金属の降伏応力 σ_Y は、結晶粒径 d の $-1/2$ 乗に比例する。

$$\sigma_Y = \sigma_0 + k_Y \frac{1}{\sqrt{d}}$$

d : 結晶粒径, σ_Y : 降伏応力, σ_0, k_Y : 材料定数



微細な結晶粒からなる多結晶体ほど降伏応力が高い。

ホール・ペッチの関係式 (Hall-Petch equation) の説明

個々の結晶粒は，互いに異なる結晶方位を有している。

塑性変形

特定のすべり面上を移動する転位にとっては，**結晶粒界が移動の障害**となる。

